

RAPPEL

Le calcul présenté précédemment **méritait une suite** ...

En particulier le fait d'imposer une température constante pour le couplage avec la paroi intérieure est un peu **simpliste** et surtout **peu réaliste** ...

Voici donc cette **extension**.

Le cœur du programme est inchangé, voir la rubrique '[Différences finies modèle 1D](#)' dans la page 'Calcul' pour la mise en place du modèle.

LE MODELE

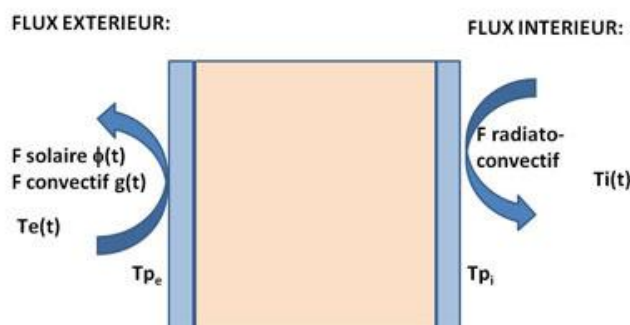
Le modèle comporte maintenant **3 couches**, dont la principale est constituée d'un **isolant** type « [brique mono-mur](#) » d'épaisseur 37,5 cm recouvert à l'extérieur d'un **enduit sable chaux** de 3cm d'épaisseur et à l'intérieur d'un **enduit intérieur plâtre** de 2 cm d'épaisseur.



Les propriétés thermo physiques des matériaux sont extraites du livre, référence en la matière, **de J.P. Oliva & S. Courgey** intitulé « *L'isolation thermique écologique : conception, matériaux, mise en œuvre* » de 2010, aux éditions **Terre Vivante**.

L'évolution du modèle **concerne** principalement **deux points** :

- I. adjonction d'une fonction temporelle annuelle pour les Conditions Limites extérieures (Flux solaire et flux convectif fonction périodique du temps)
- II. tentative de régulation par le nœud intérieur



- I. les **échanges avec l'extérieur** sont toujours fonction du temps pour le flux solaire et le flux convectif mais une **fonction périodique annuelle** est surajoutée à la **fonction périodique journalière**, ce qui permet de simuler grossièrement les saisons.

Le flux solaire s'écrit :

$$F_s = C_s * \text{per}$$

Avec $C_s = c_1 + c_2 * \sin(2 * \pi * t / T_{\text{an}})$,

$$T_{\text{an}} = 1 \text{ an soit } 31\,536\,000 \text{ s !}$$

$$c_1 = 250 \text{ W/m}^2$$

$$c_2 = 50 \text{ W/m}^2$$

$$\text{per} = \sin(2 * \pi * t / T_{\text{jour}}),$$

$$T_{\text{jour}} = 24 * 3600 = 86\,400 \text{ s}$$

et avec la restriction $\text{per} = 0$ si $\sin(2 * \pi * t / T_{\text{jour}})$, flux solaire nul la nuit (1/2 période)

La constante C_s , qui varie entre 200 W/m^2 et 300 W/m^2 sur un an, est multipliée par un coefficient qui fluctue entre 1 et 0 pendant le jour (le coefficient est forcé à zéro si le sinus est négatif)

Le flux convectif s'écrit :

$$F_c = h_e * [(T_{\text{moy}} + \Delta T_0 * \text{per}) - T_{p_{\text{ext}}}(t)]$$

Avec $h_e = 20 \text{ W/m}^2/\text{K}$, coefficient d'échange

$$T_{\text{moy}} = T_1 + T_2 * \sin(2 * \pi * t / T_{\text{an}})$$

$$T_1 = 15^\circ\text{C}$$

$$T_2 = 5^\circ\text{C}$$

$$\Delta T_0 = 5^\circ\text{C}$$

$$\text{per} = \sin(2 * \pi * t / T_{\text{jour}}), \text{ comme pour le flux solaire mais ne s'annule pas la nuit}$$

$$T_{p_{\text{ext}}} \text{ est la température extérieure du mur}$$

La température extérieure moyenne de l'air varie de $\pm 5^\circ\text{C}$ autour de 15°C sur un an. Cette même température moyenne fluctue sinusoidalement de $\pm 5^\circ$ au cours d'une journée.

On notera que les sinus ayant la même origine (0 à $t=0$) le flux solaire nul est synchrone de la température la plus faible (nuit).

- II. **La température de la pièce** en regard du mur intérieur est représentée par le **nœud fictif** (température T_i). Les échanges de chaleur s'opèrent entre ce nœud et une paroi de la pièce suivant la relation inchangée indiquée ici (<http://www.ingenieur-conseil33.fr/calculs.htm>, rubrique *Différences finies*).

Nota : dans cette hypothèse les 5 autres surfaces sont supposées **adiabatiques**.

Dans la réalité les 6 surfaces de la pièce sont **couplées entre elles** en échangeant de l'énergie avec l'air de la pièce (convection et rayonnement).

Le modèle **pourrait être amélioré** sur ce point ...

La pièce dispose d'une **source de chaleur réversible** activable sur demande, de **puissance P** (arbitraire).

A tout instant la température de la pièce est **comparée** à une température **de consigne** T_{consigne} (équivalent d'une sonde de régulation). On lui associe aussi un ΔT de température de **temporisation**.

Le principe est relativement simple :

La pièce a pour dimensions : L, l, H.

Son volume rempli d'air est $V = L * l * H$

Capacité énergétique du volume $E_c = \rho * C_p * V$ en J/K (ρ et C_p de l'air)

1^{er} possibilité : la température de la pièce T_i est supérieure à la température de paroi T_p ,

La pièce perd le flux $\Phi = h * (T_i - T_p)$ à travers la surface du mur considéré.

On peut supposer là que la température extérieure est plus basse, ce serait par exemple pendant l'hiver.

- Si la température de la pièce $T_i < T_{\text{consigne} - \Delta T}$, il faut chauffer (**cas 1**).
Activation de P, apport d'énergie $dE_c = P * dt$ pendant le pas de temps pour chauffer l'air de la pièce.
La température de la pièce devient $T_i = T_i + dE_c / E_c$
- Si la température de la pièce $T_i > T_{\text{consigne}}$, arrêt 'chauffage' (**cas 2**) et perte d'énergie $dE_r = \Phi * S_{\text{échange}} * dt / E_c$

avec

$$S_{\text{échange}} = H * L \text{ (surface du mur extérieur considéré)}$$

On peut parler de refroidissement naturel

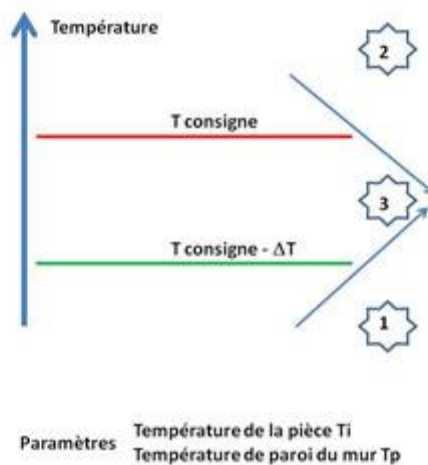
La température de la pièce devient $T_i = T_i - dEr$

- Si $T_{\text{consigne}} - \Delta T < T_i < T_{\text{consigne}}$ (**cas 3**) deux options se présentent :

- Soit cas 2 >> cas 3
Poursuite refroidissement
 $dEr = \Phi * S_{\text{échange}} * dt / Ec$

La température de la pièce devient $T_i = T_i - dEr$

- Soit cas 1 >> cas 3
Poursuite chauffage
 $dEc = P * dt$
 $T_i = T_i + dEc / Ec$



2^{ème} possibilité : la température de la pièce T_i est inférieure à la température de paroi T_p , la pièce reçoit l'énergie $\Phi = |h * (T_i - T_p)|$ du mur.

Ici la température extérieure est plus élevée qu'à l'intérieur ce qui correspondrait au cas de l'été.

- Si $T_i < T_{\text{consigne}} - \Delta T$, il faut malgré tout chauffer (**cas 1**)
Activation de P, apport d'énergie $dEc = P * dt$ pendant le pas de temps pour chauffer l'air de la pièce. Ce cas paraît peu probable.
La température de la pièce devient $T_i = T_i + dEc / Ec$
- Si $T_i > T_{\text{consigne}}$, il faut alors refroidir la pièce (**cas 2**)
Ici nous supposons que le moyen de chauffage est réversible (apport de frigories)
 $dEr = -P * dt$
 $T_i = T_i + dEr / Ec$
- Si $T_{\text{consigne}} - \Delta T < T_i < T_{\text{consigne}}$ (**cas 3**):
 - Soit cas 2 >> cas 3
Poursuite refroidissement
 $dEr = -P * dt$
La température de la pièce devient $T_i = T_i + dEr / Ec$
 - Soit cas 1 >> cas 3
Poursuite chauffage. Ce cas est aussi peu probable

$$dE_c = P \cdot dt$$
$$T_i = T_i + dE/E_c$$

On notera qu'il existe deux cas d'échange dans cette régulation :

- transfert vers la paroi dans le cas où la température de la pièce T_i est supérieure à la température de paroi T_p (flux convectif 'naturel')
- Activation de la source réversible P (énergie de chauffage/refroidissement)

Dans ce schéma, la fonction chauffage/refroidissement via la source P réagit de manière instantanée avec son environnement. Cette hypothèse est optimiste car il existe en réalité un temps de réponse lié au mode de transfert d'énergie.

Nous nous en contenterons pour l'instant mais cette fonction pourrait être affinée ...

RESULTATS

Les 5 résultats présentés ci-dessous concernent le **même cas** de calcul :

- mur 3 couches (voir caractéristiques données plus haut)
- P fixé à 1000W, valeur arbitraire
- Pas de temps $\Delta t = 10s$
- Température initiale du mur multicouches $15^\circ C$
- La température de régulation (consigne) est fixée à $20^\circ C$, avec une temporisation $\Delta T = 2^\circ C$

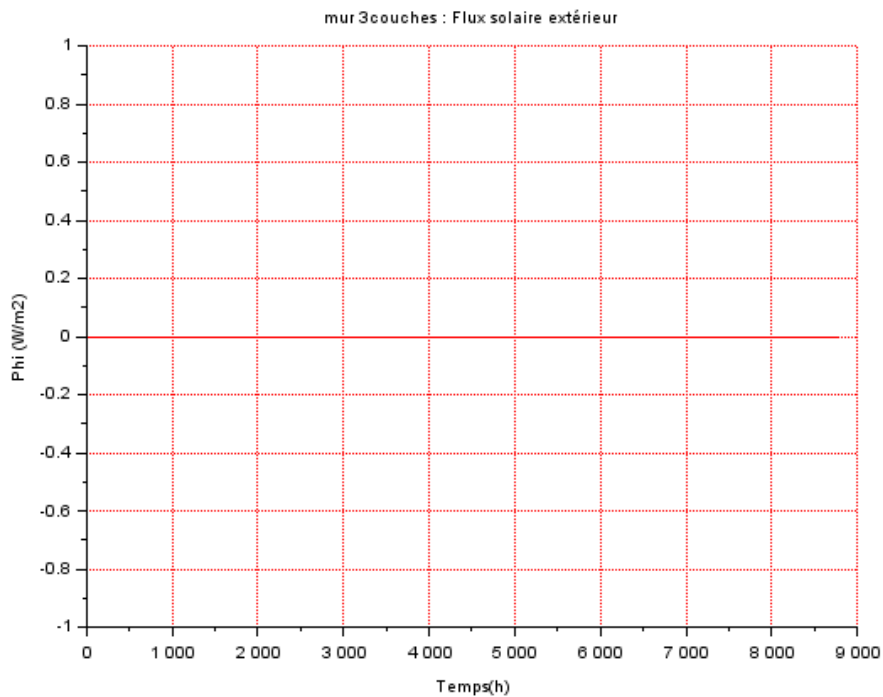
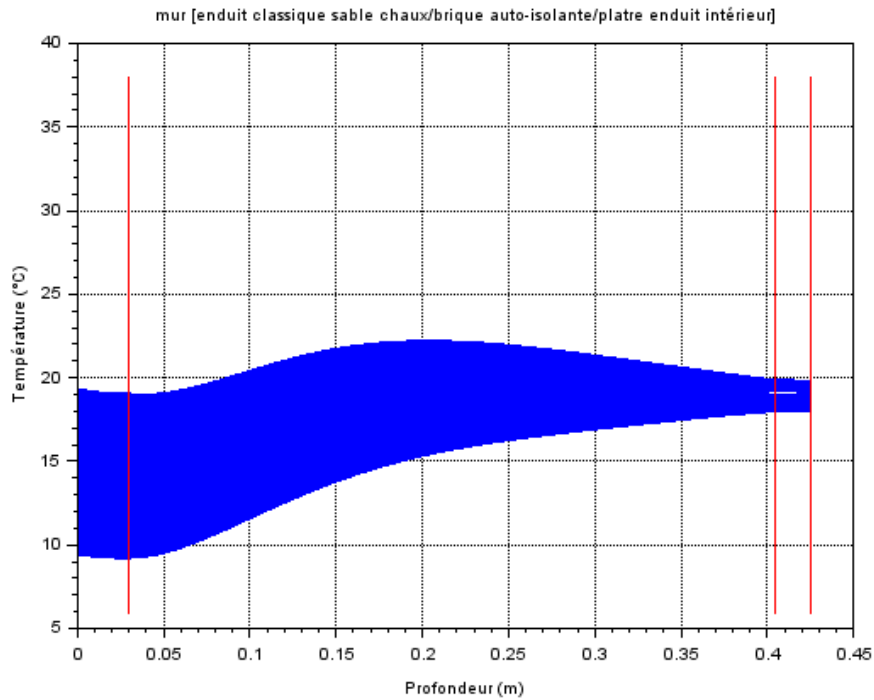
Les paramètres tracés sont :

- ✓ Les isochrones $T=f(x)$ à un instant donné (les 3 traits rouges définissent les épaisseurs des 3 matériaux)
Ainsi qu'un ensemble de paramètres fonctions du temps :
- ✓ Le flux solaire incident sur la paroi extérieure,
- ✓ Le flux convectif sur la paroi extérieure, fonction du temps par la température de l'air extérieur et par la température de paroi,
- ✓ La température de l'air extérieur,
- ✓ La température de paroi extérieure,
- ✓ La température de paroi intérieure,
- ✓ La température de la pièce, faisant l'objet d'une régulation,
- ✓ Un code signalant l'activation de la source P (chauffage, refroidissement).

Le calcul intègre aussi l'énergie fournie/absorbée par la source P

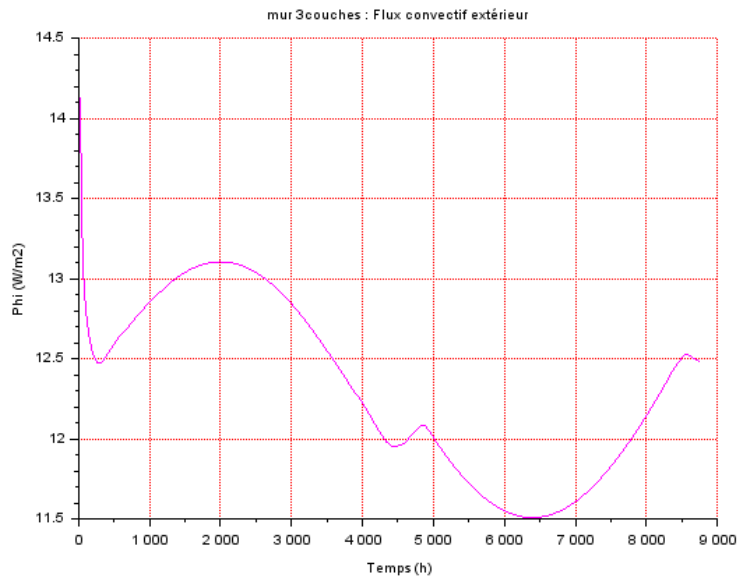
Pour bien appréhender certains phénomènes nous avons fait varier les paramètres de sorties : durée du calcul, intervalle de temps de sortie des résultats.

Regardons le calcul sur une période complète d'un an :
(31536900 pas !!, sortie tous les 8640 pas soit 24h)

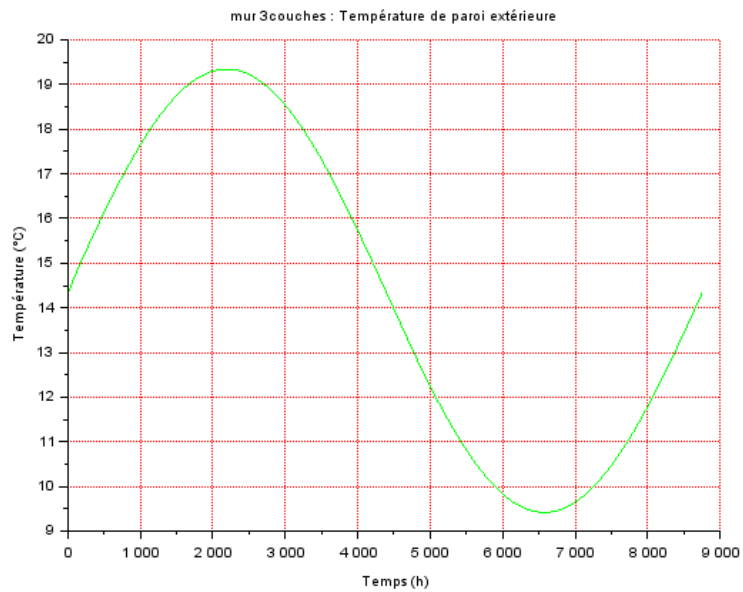
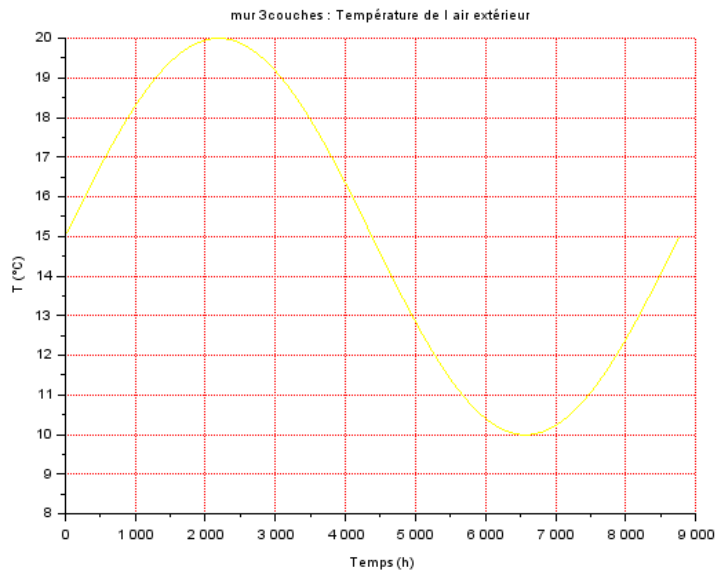


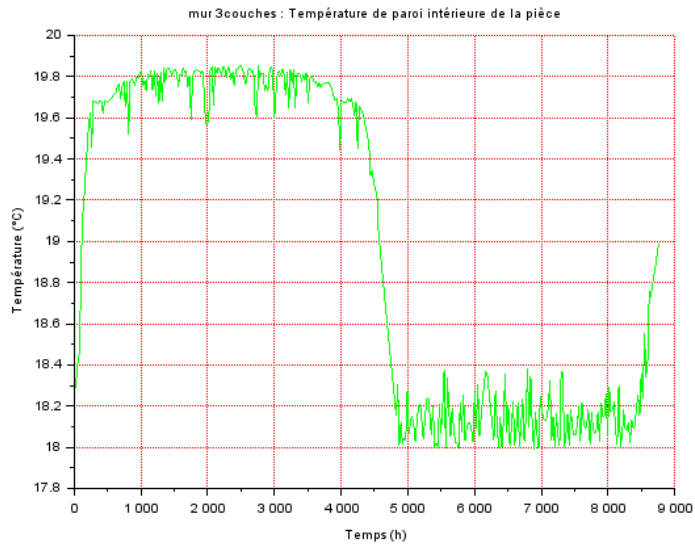
Ici déjà une première 'anomalie' liée à l'intervalle des temps de sortie (24h) : les isochrones sont incomplètes car, fortement gouvernées par les C.L. fonction du temps, elles fluctuent plus que ce qui est visible là.

De même pour le flux solaire périodique dont la période (24h) est calée sur la fonction sinus (nul à cet instant)

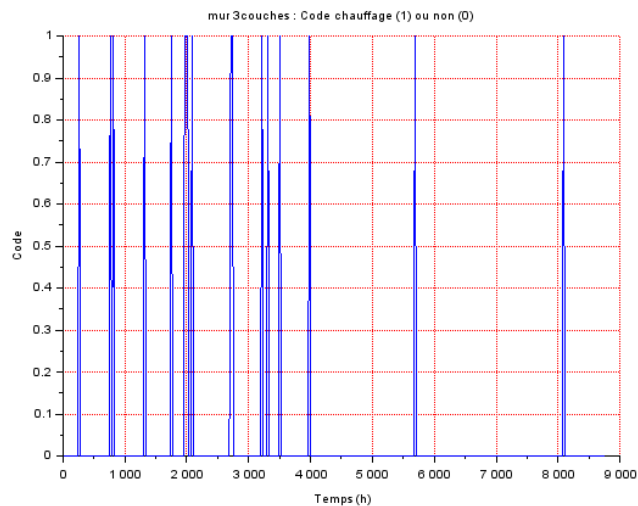


Apparait ci-dessus la période annuelle (conjuguée avec la fluctuation du flux solaire)





Les effets de la régulation sont visibles sur l'évolution de température de la pièce (répercutée sur la température de paroi interne) mais cela méritera d'être examiné plus détail (manque de sorties intermédiaires)



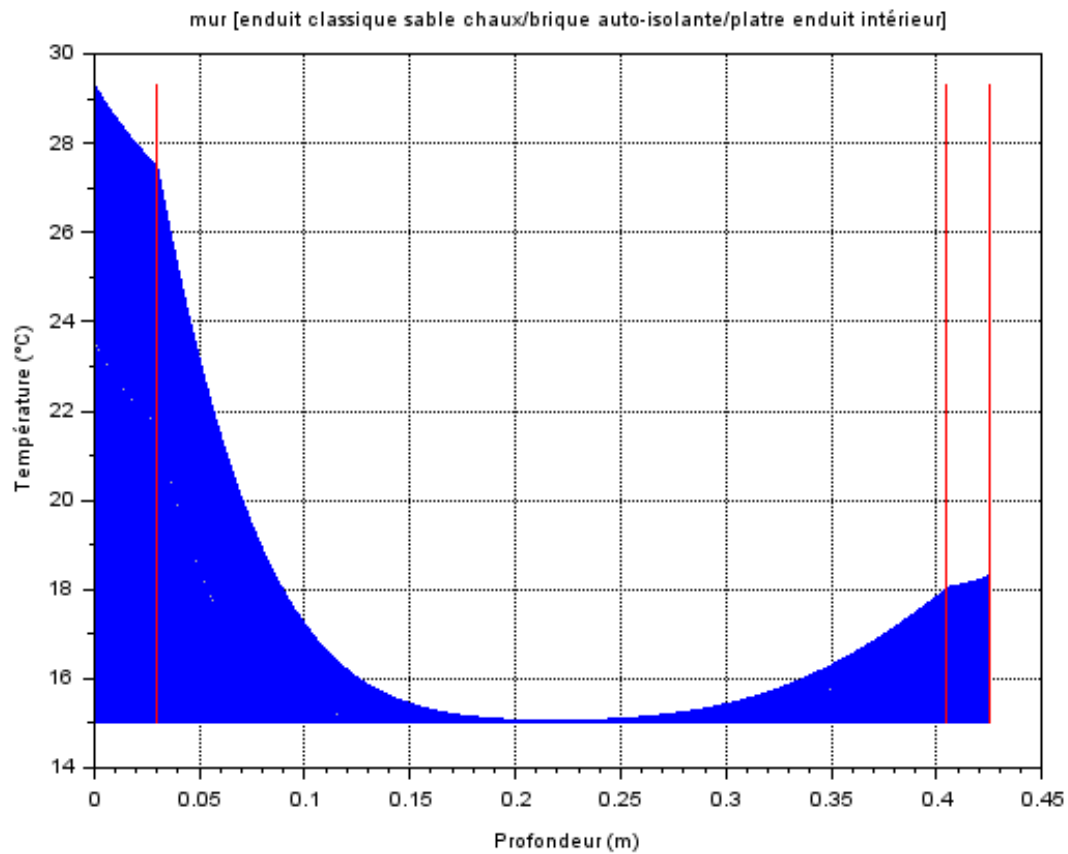
Les activations de la source P ne paraissent pas tout à fait en phase avec les variations de température de la pièce ...
L'intégration de l'énergie pour la source P donne :

Energie enlevée : 1.234 E+09 J

Energie apportée : 1.583 E+09 J

Soit, pour 1000W de puissance, respectivement 343h (#14j) et 440h (#18j) de fonctionnement

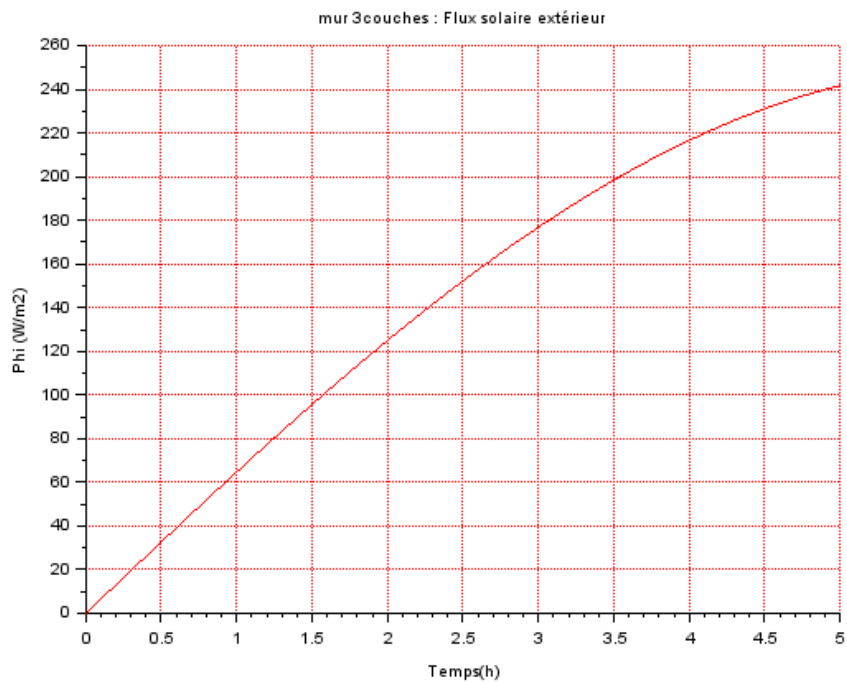
Faisons un zoom sur le début du calcul :
(Sortie tous les pas de temps pendant 1800pas, soit 5h)



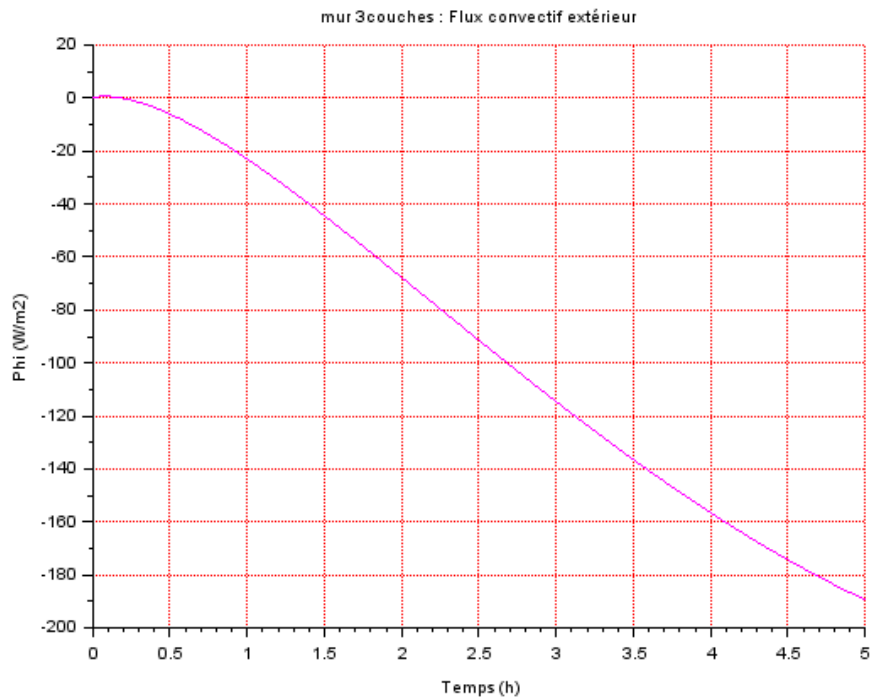
Nous voyons mieux l'amplitude des isochrones : la température de paroi extérieure atteint presque 30°C.

La diffusion du signal thermique extérieur n'a pas traversé l'épaisseur du matériau.

La température intérieure (à droite) s'est déjà élevée de 3°C grâce à l'enclenchement de la régulation car $T_p < T_{consigne}$ (20°C), voir planches plus bas.

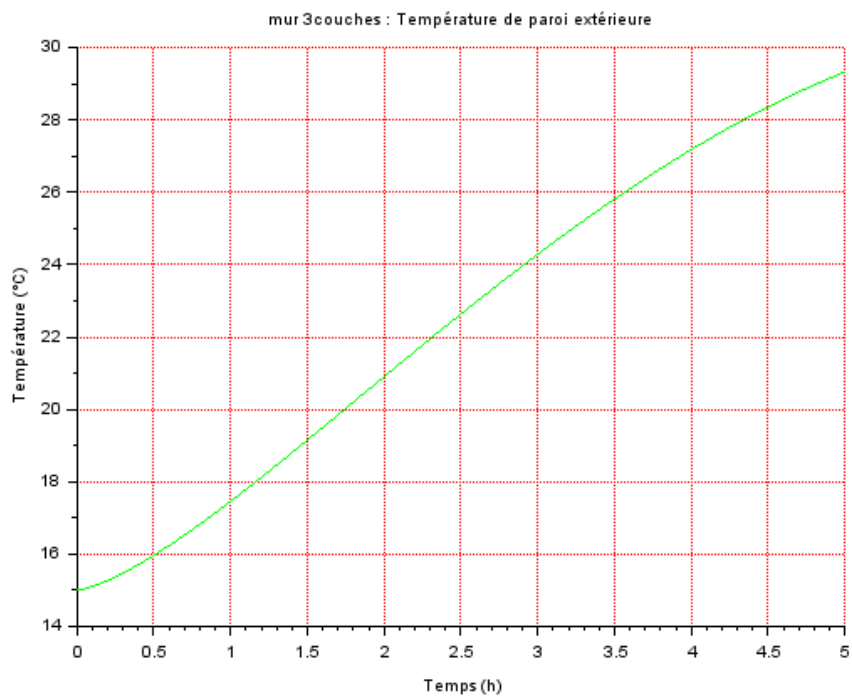
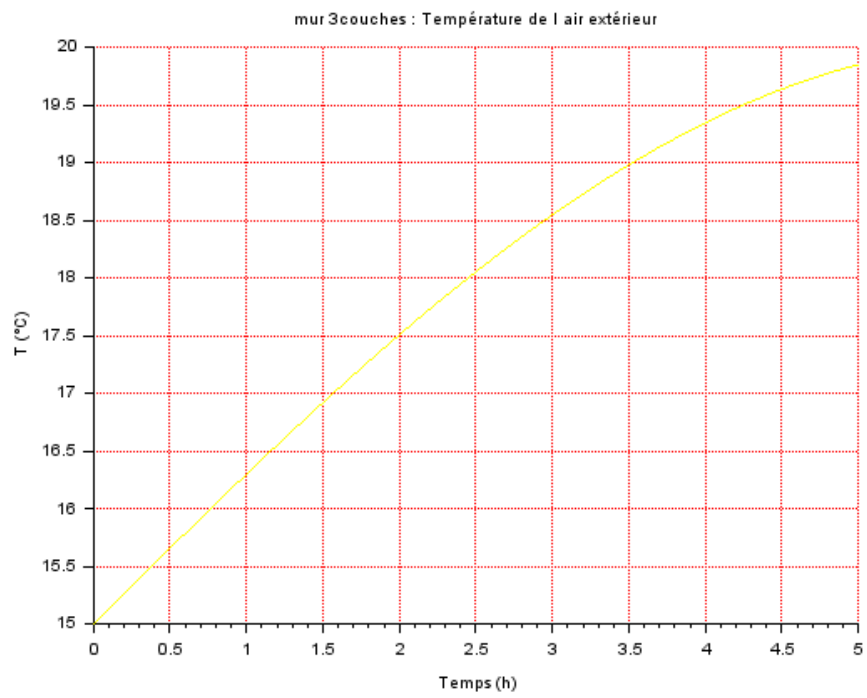


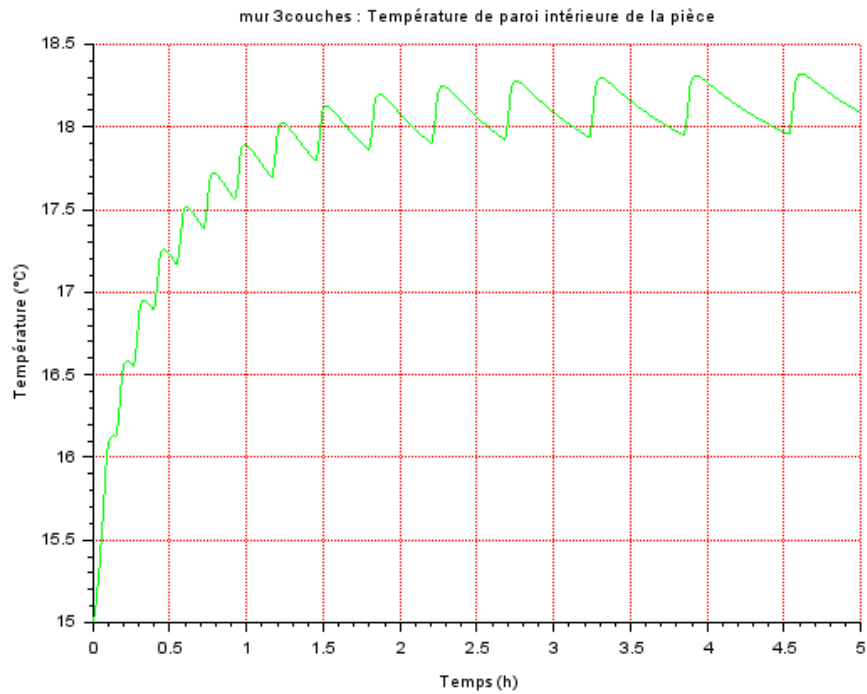
Le flux solaire est bien en phase de montée et a presque atteint son maximum, qui se produira à 6h.



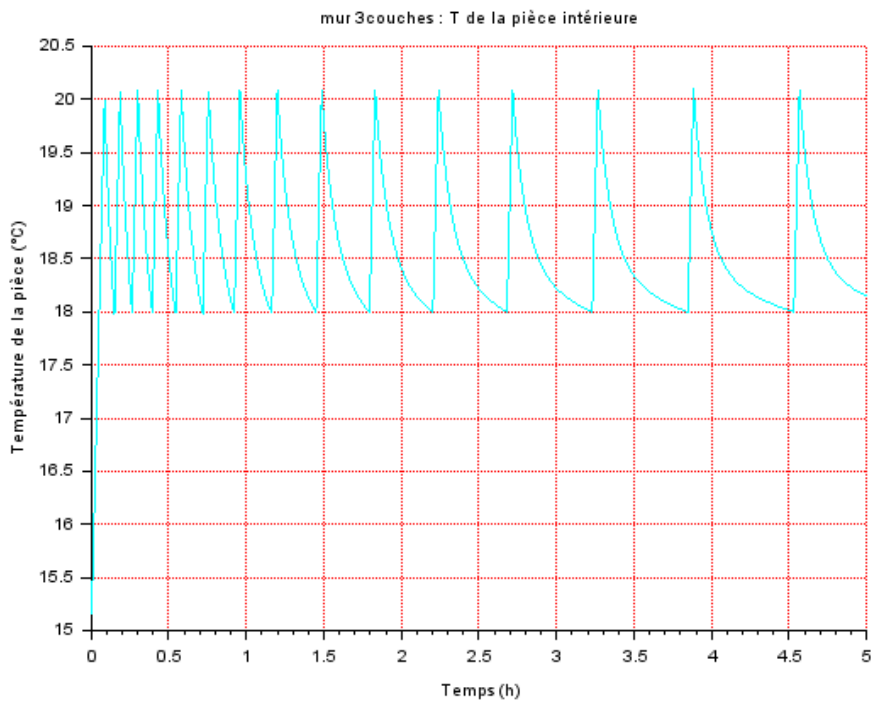
Le flux convectif reste négatif car dans l'expression $F_c = h_e * [(T_{moy} + \Delta T_0 * per) - T_{p_{ext}}(t)]$, la température de paroi est supérieure à la température de l'air.

Ceci est vérifié sur les deux courbes suivantes.

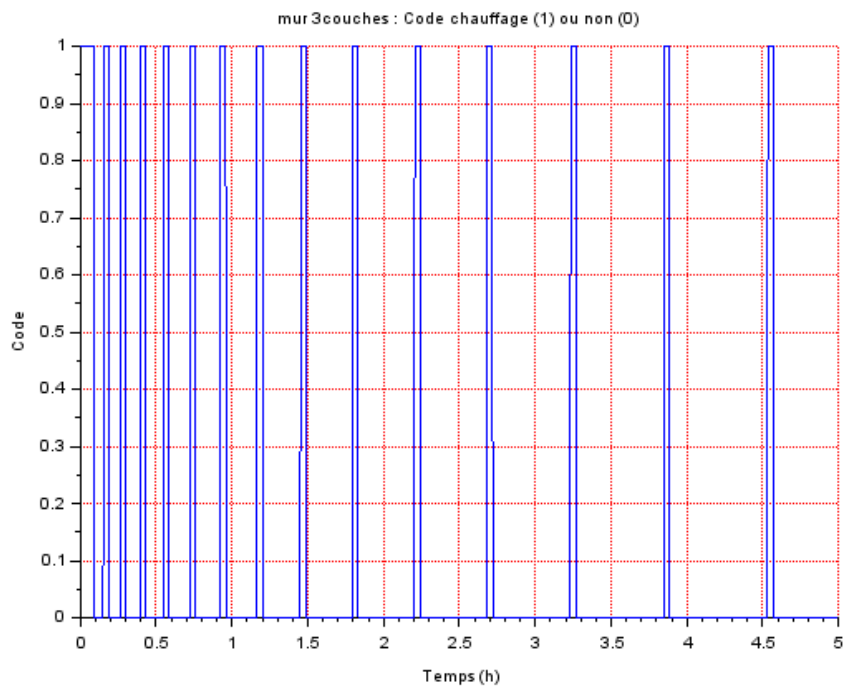




L'effet de la régulation sur la température de la pièce est visible (ci-dessous): le déclenchement se réalise dès que la température de consigne est atteinte, avec un effet de relaxation comme demandé jusqu'à $T_{\text{consigne}} - \Delta T$ (18°C). On notera que cette régulation se répercute sur la température de paroi, qui est encore inférieure à celle de la pièce. Nous sommes donc dans le cas nommé plus haut '1^{ère} possibilité' avec chauffage (source P) puis refroidissement 'naturel' vers la paroi.



Le code chauffage est le reflet synchronisé de cette suite d'activations/désactivations.



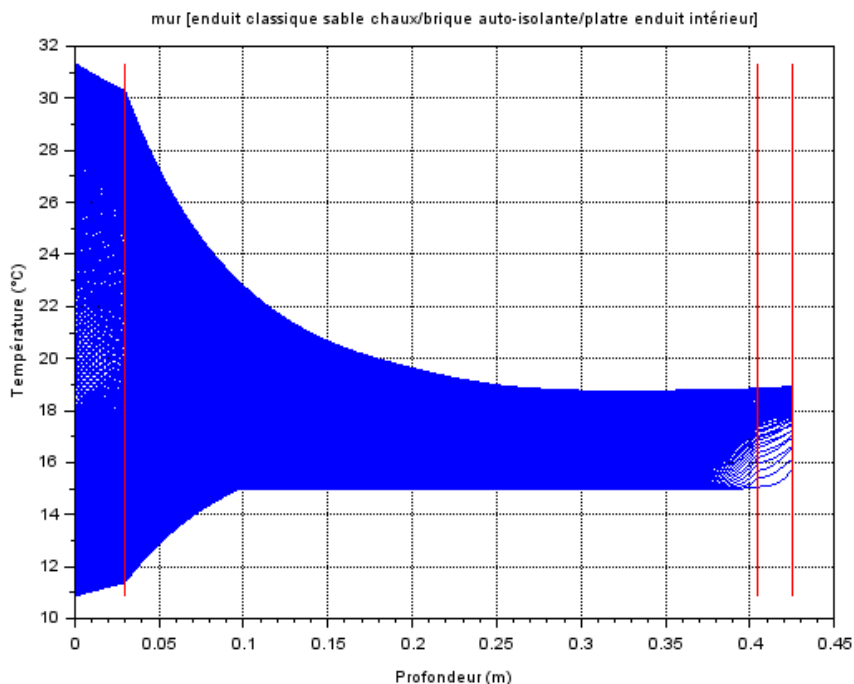
Il est intéressant de noter que dans ce cas l'intégration de l'énergie pour la source P donne :

Energie enlevée : 0 J

Energie apportée : 2130000 J

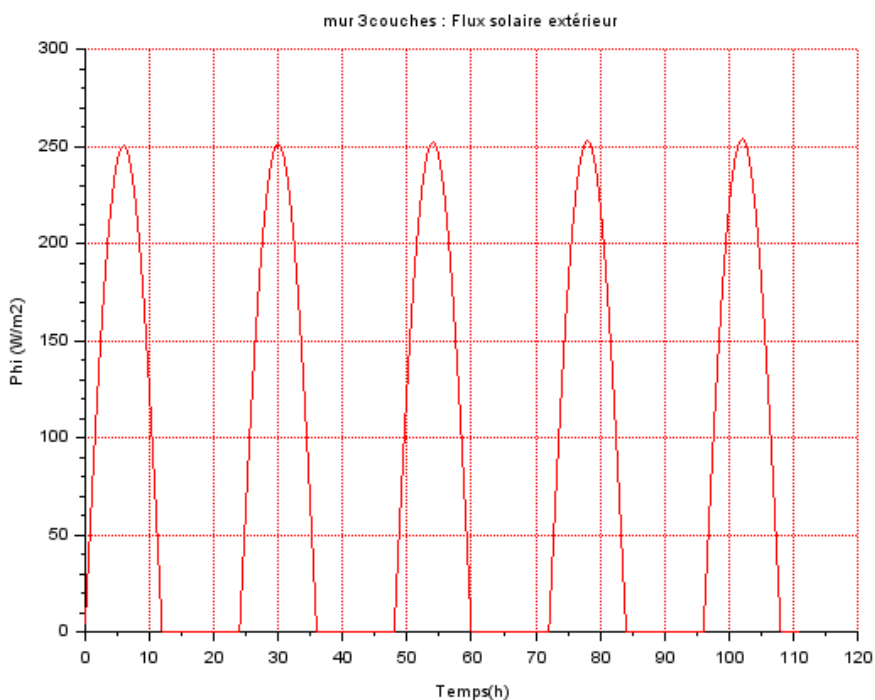
Soit, pour 1000W de puissance, 0,59h de chauffage, cohérent de la somme des durées des Dirac de la courbe ci-dessus. Ici en effet pas de refroidissement 'forcé', ce qui explique le 0J, mais refroidissement naturel via la paroi.

Examinons une autre durée de calcul : 40000 pas de temps, soit 250h (~10,4j), avec sorties tous les 25 pas de temps (250s)



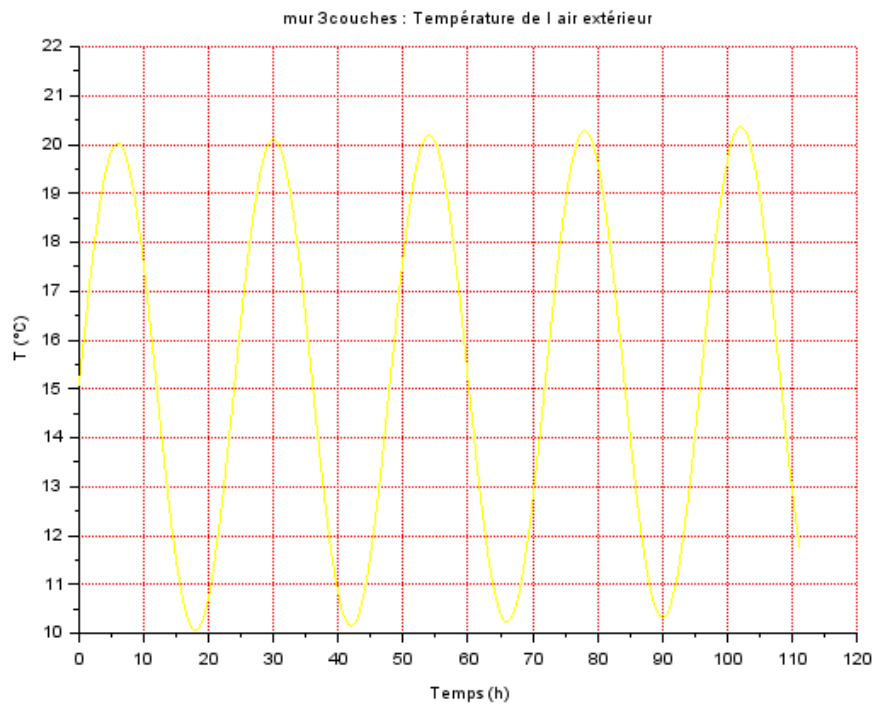
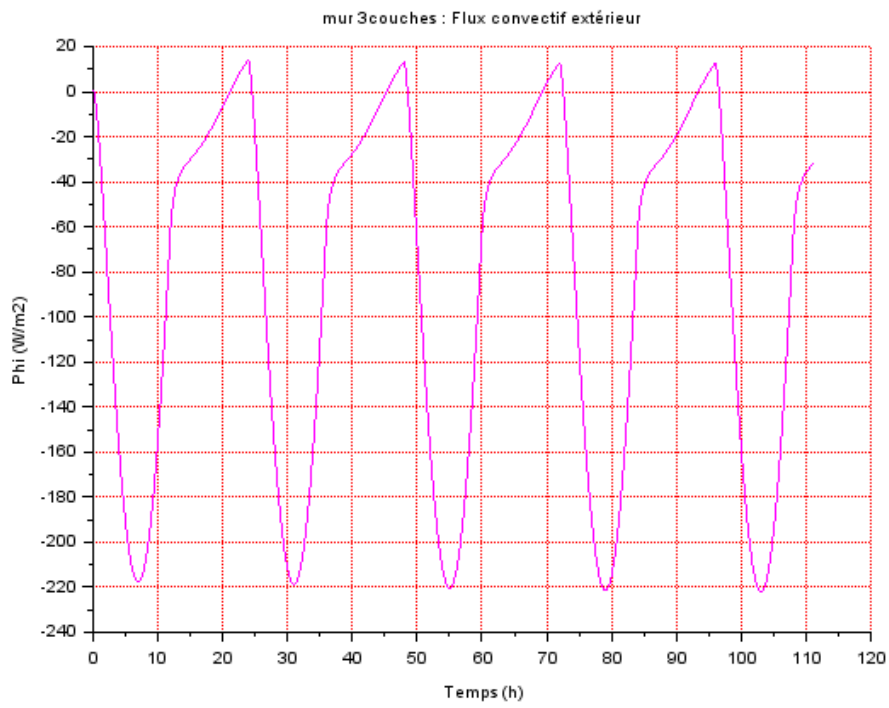
Le cumul des isochrones reste difficile à lire (ci-dessus).

Par contre les fluctuations du flux solaire sont conformes à l'attendu : période de 24h, maximum à 250W/m^2 , avec une valeur nulle toutes les 12h.

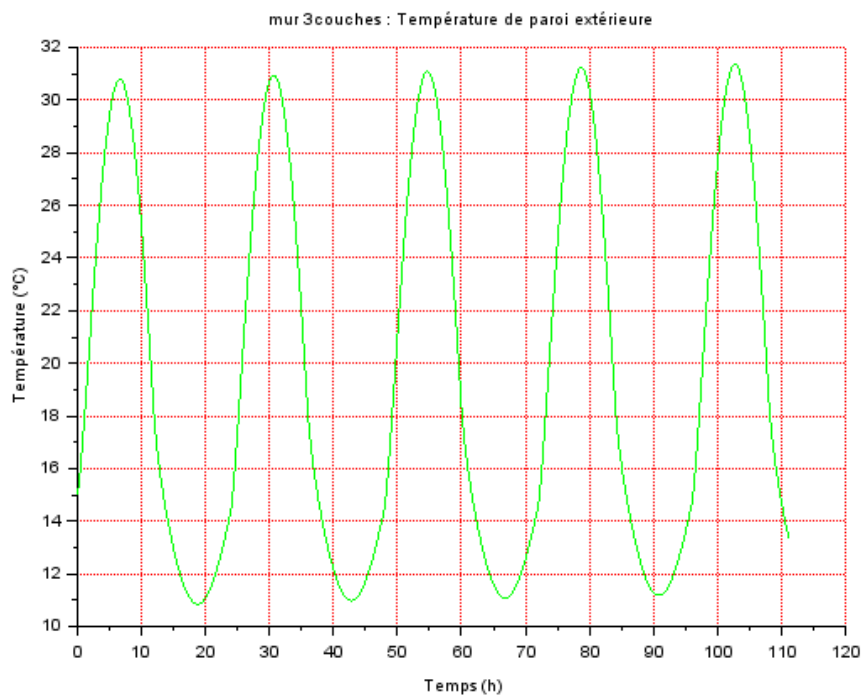


Idem pour le flux convectif extérieur qui subit la variation périodique de la température extérieure et la variation de la température de paroi (elle-même influencée par la variation du flux solaire).

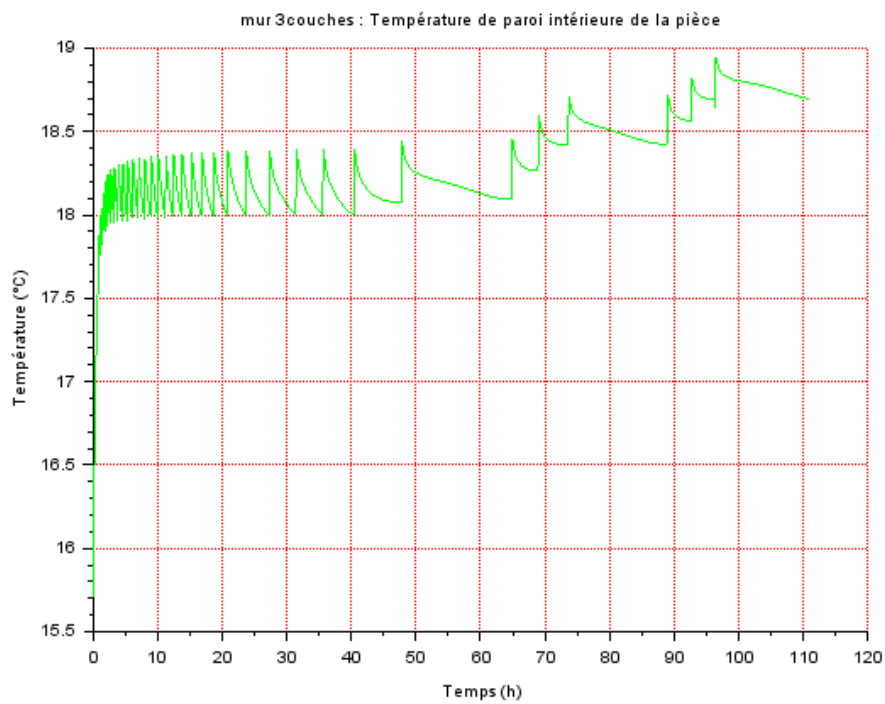
Effet de la période annuelle légèrement visible sur le maximum.



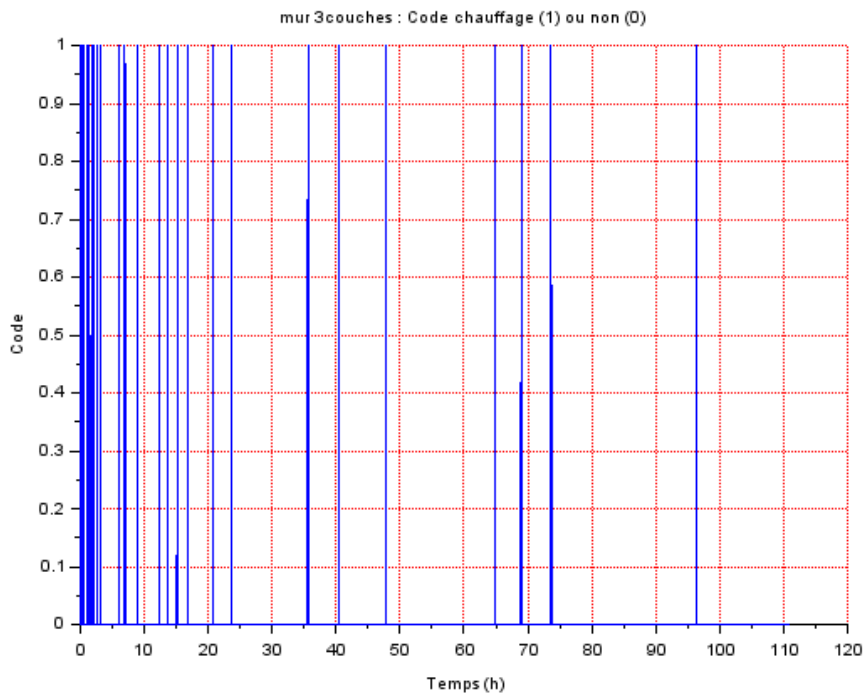
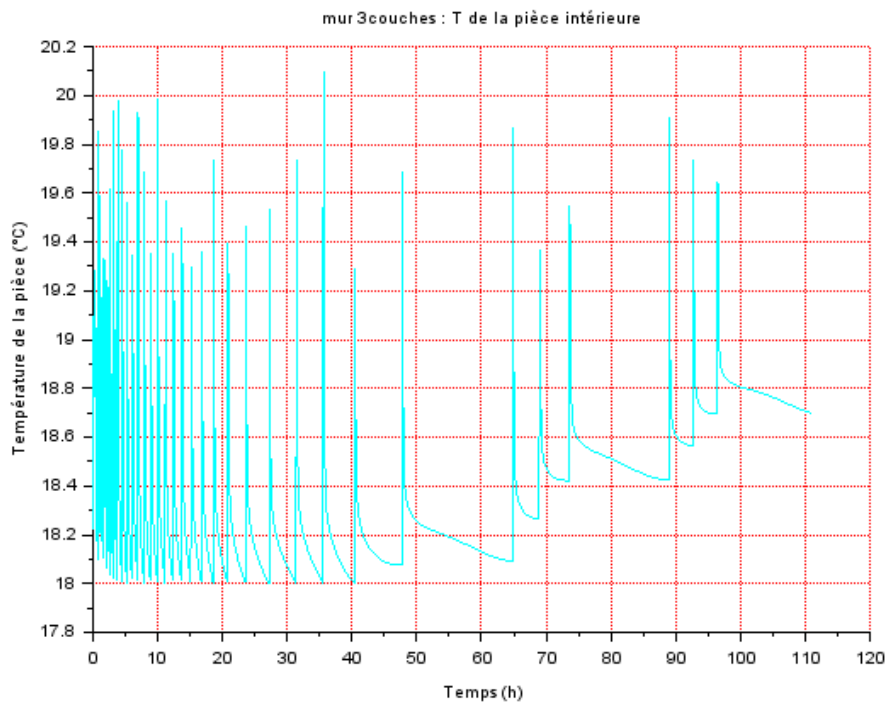
La température extérieure varie bien entre $15^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$, avec déjà l'effet visible de la périodicité annuelle (sur le maximum)



La régulation est active ...



La régulation est active mais les points tracés uniquement toutes les 250s masquent une réalité ...
Effet d'écrêtage.



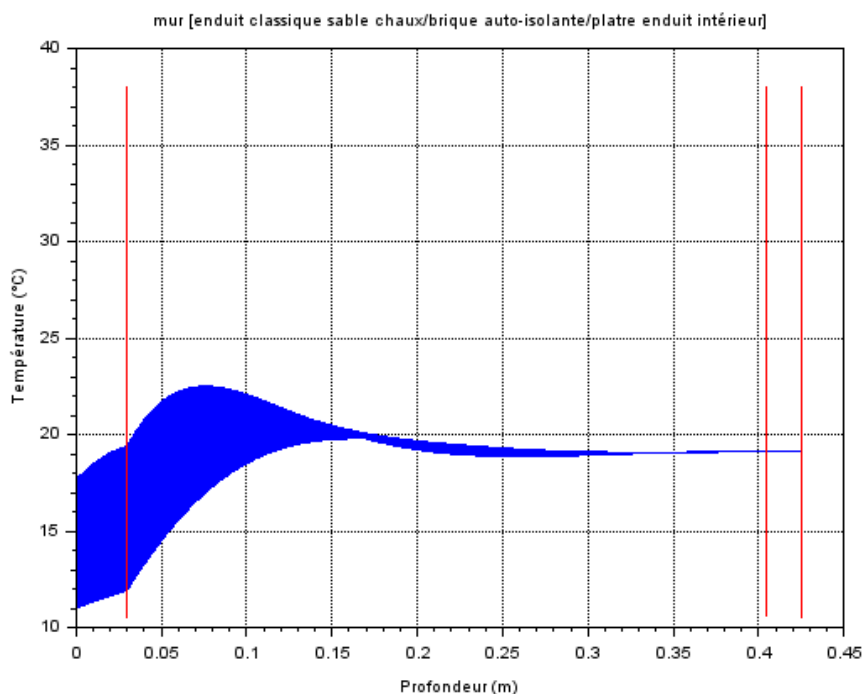
Dans ce cas l'intégration de l'énergie pour la source P depuis t=0 donne :

Energie enlevée : 190000 J

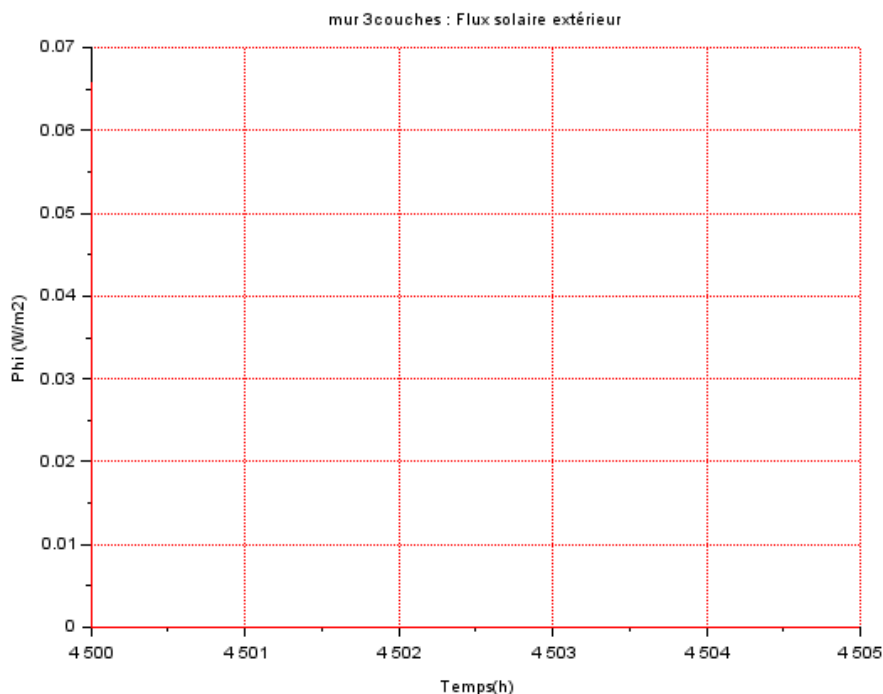
Energie apportée : 5390000 J

Soit, pour 1000W de puissance disponible, respectivement 0,05h et 1,57h de fonctionnement de la source P.

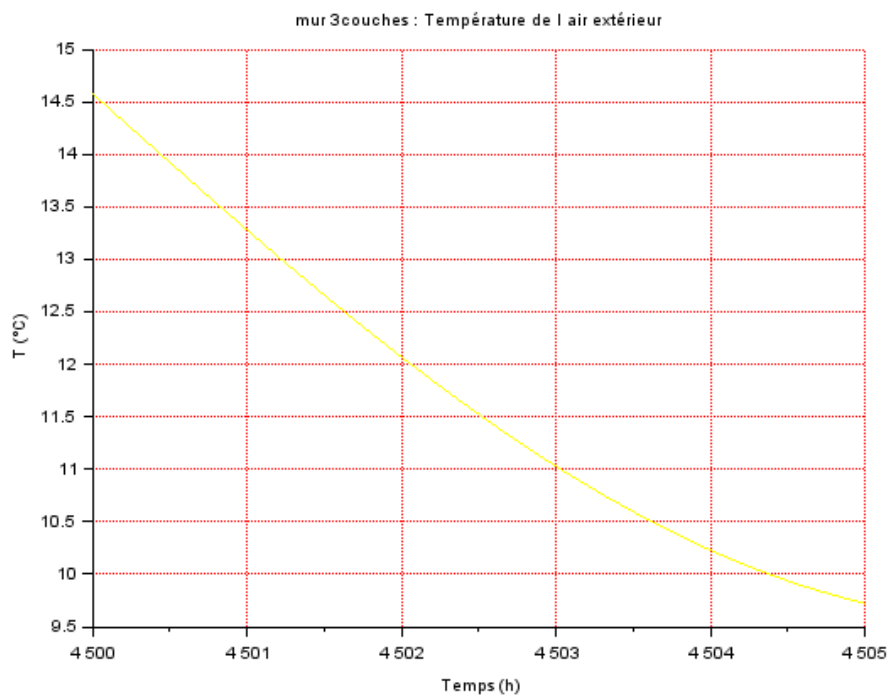
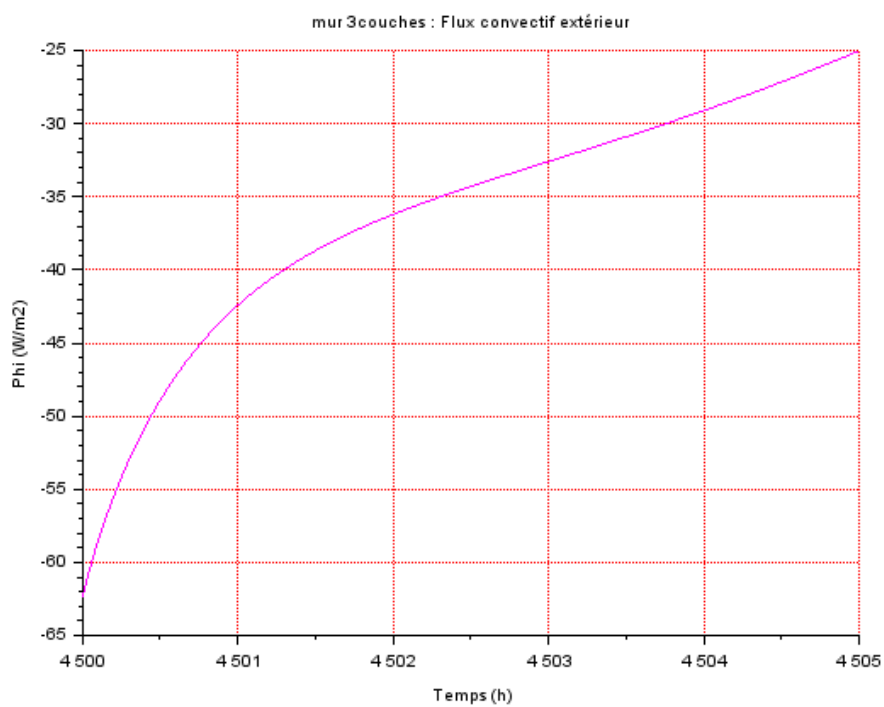
Pour pallier cet artefact lié au choix des instants de sorties examinons finement une portion du calcul : sorties tous les pas de temps, pendant 1800 pas (5h), entre les pas 162000 (4500h) et 1621800 (4505h).



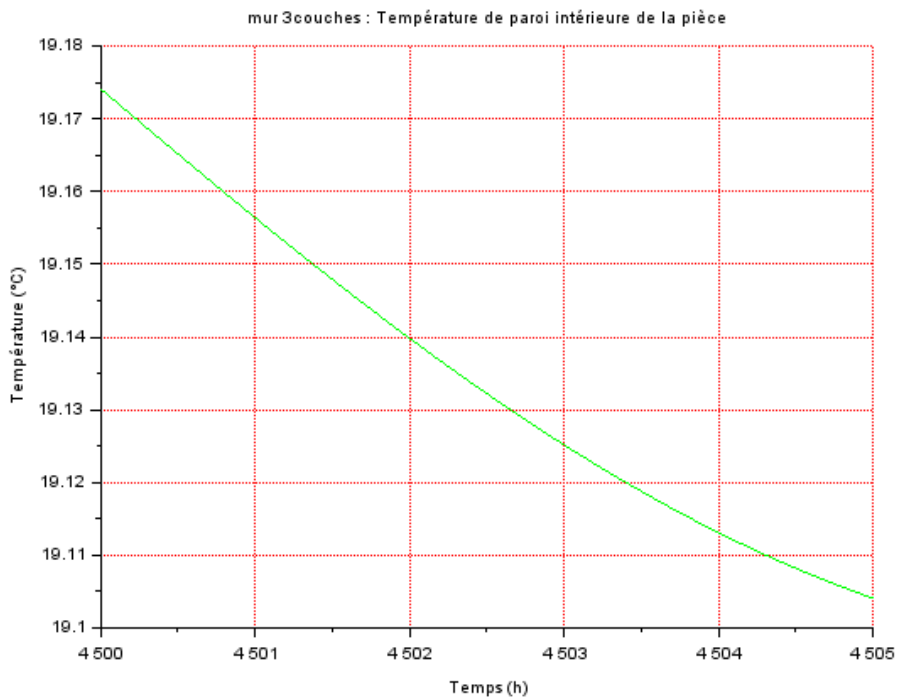
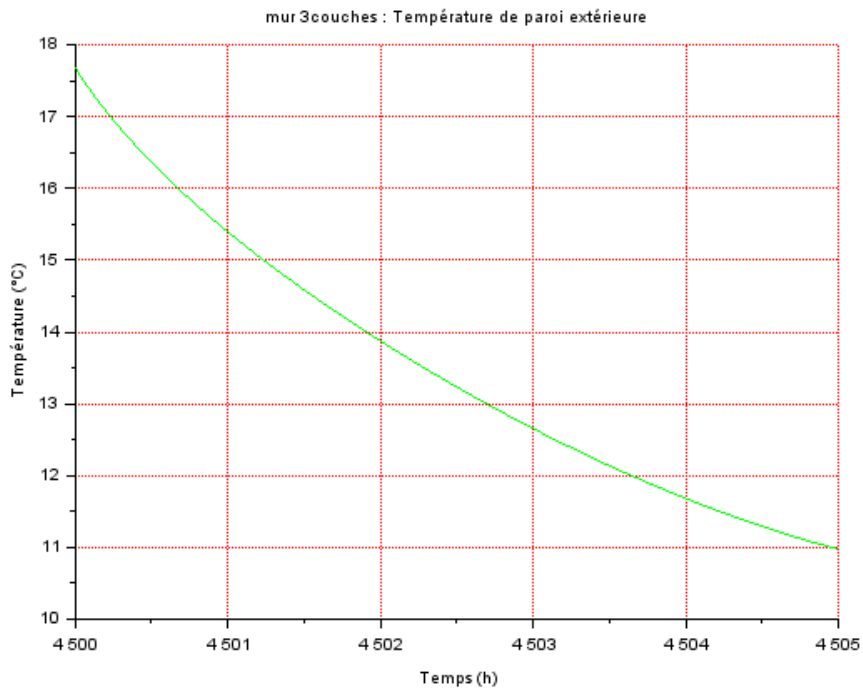
Le gradient dans le matériau, coté intérieur, semble quasi nul. Nous sommes au 187^{ième} jour : malgré des périodes antérieures où la température du matériau coté extérieur a fortement variée (voir isochrones précédentes) la plage de variation dans cette même zone est ici assez restreinte : le matériau isolant au centre du sandwich fait bien son œuvre ...



Pas de chance, pour cet intervalle de temps le flux solaire est nul (nuit).

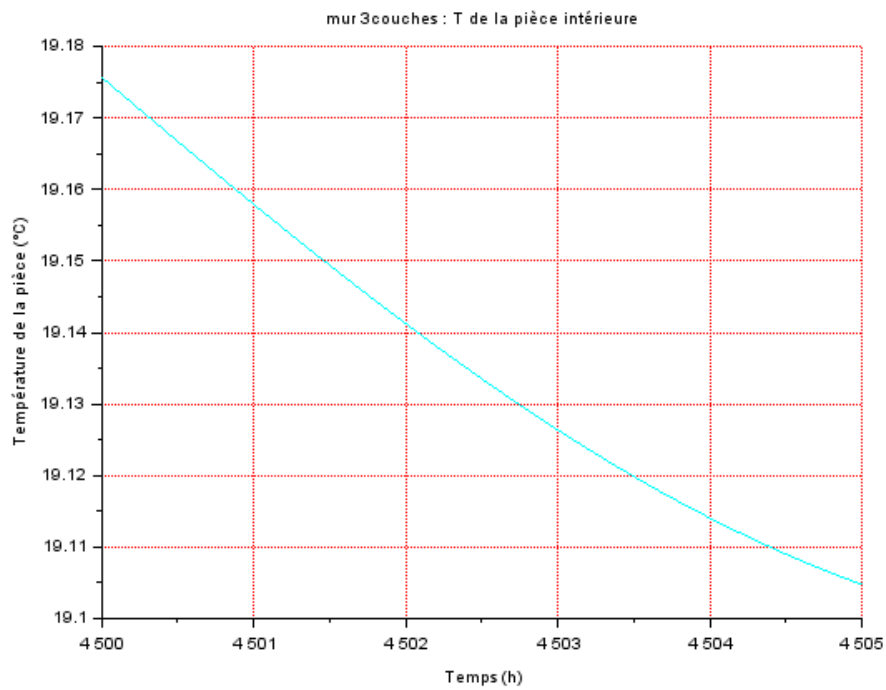


Pas de commentaire sur le flux convectif toujours négatif et températures air (ci-dessus) et paroi extérieure (ci-dessous) qui décroissent.



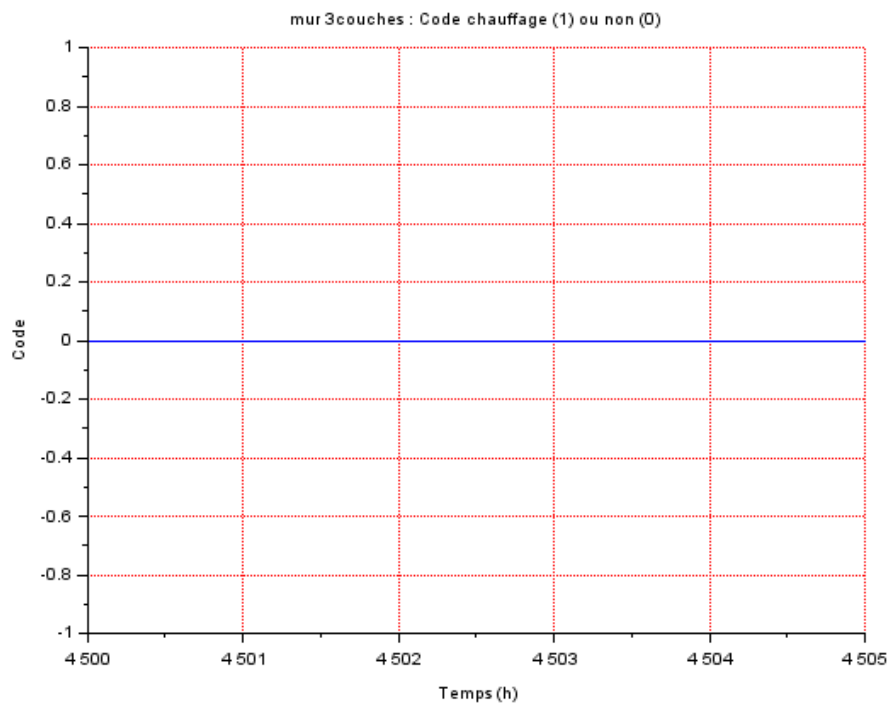
La température de paroi intérieure (ci-dessus) décroît elle aussi mais le niveau moyen (# 19°C) se situe largement au dessus de la température de paroi extérieure aux mêmes instants (entre 10°C et 17,5°C).

La température de la pièce a la même évolution et est très très légèrement au dessus (voir à t=4502h), mais restant en dessous de la température de consigne.



Logiquement il n'y a pas de chauffage activé à ce moment.

Nous nous trouvons donc dans la 1^{ère} possibilité, avec $T_{\text{consigne}} - \Delta T < T_i < T_{\text{consigne}}$, et refroidissement via la paroi.



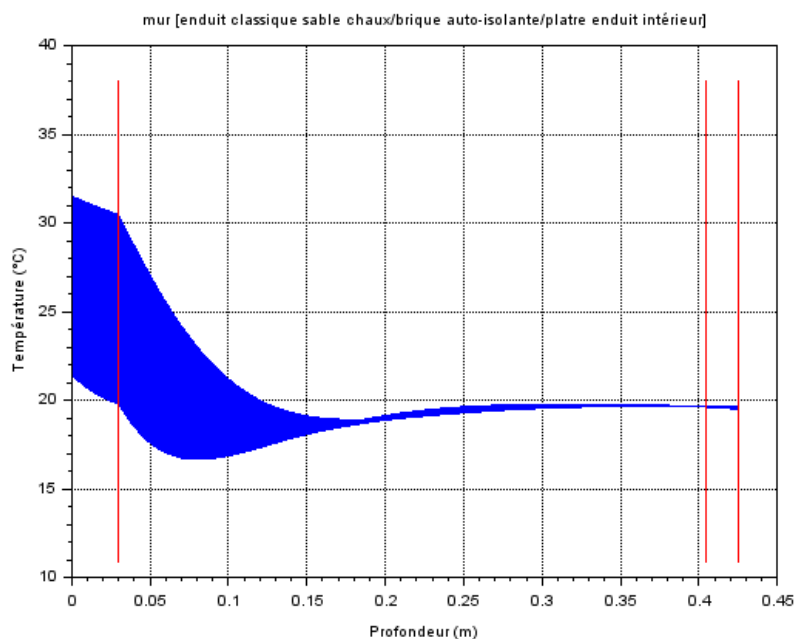
L'intégration de l'énergie pour la source P depuis t=0 donne :

Energie enlevée : 1232000000 J

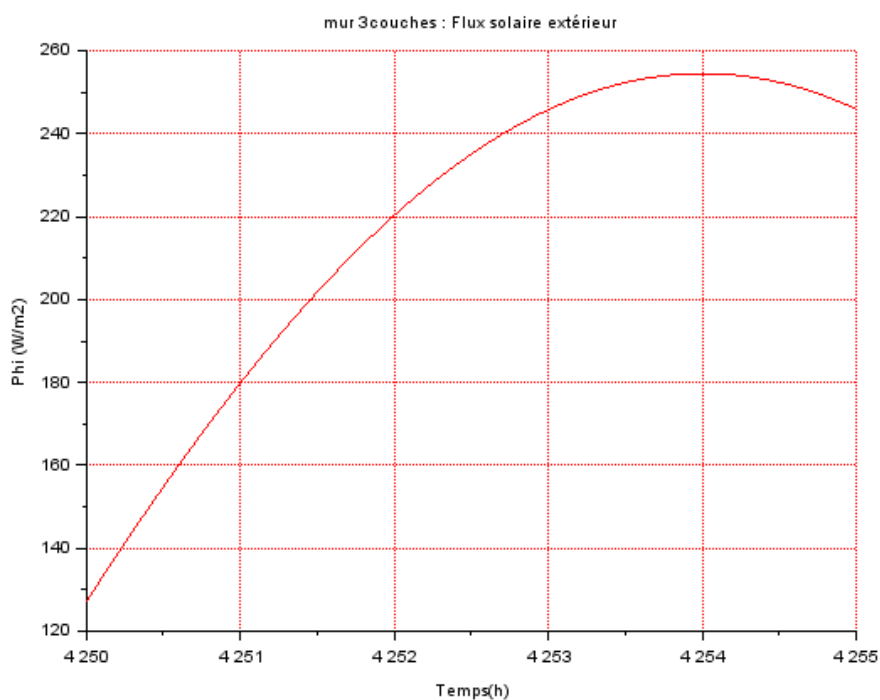
Energie apportée : 1418000000 J

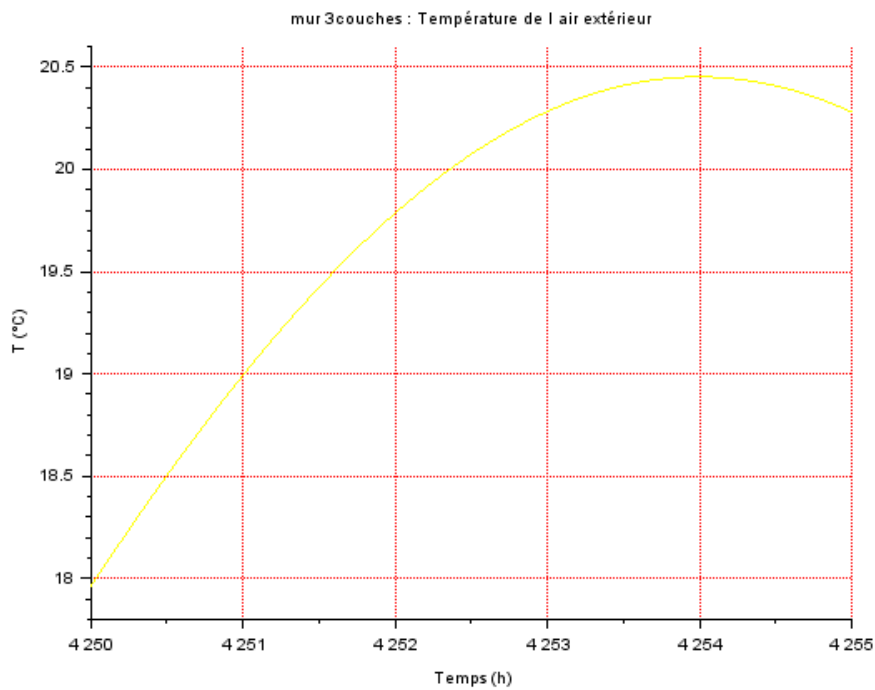
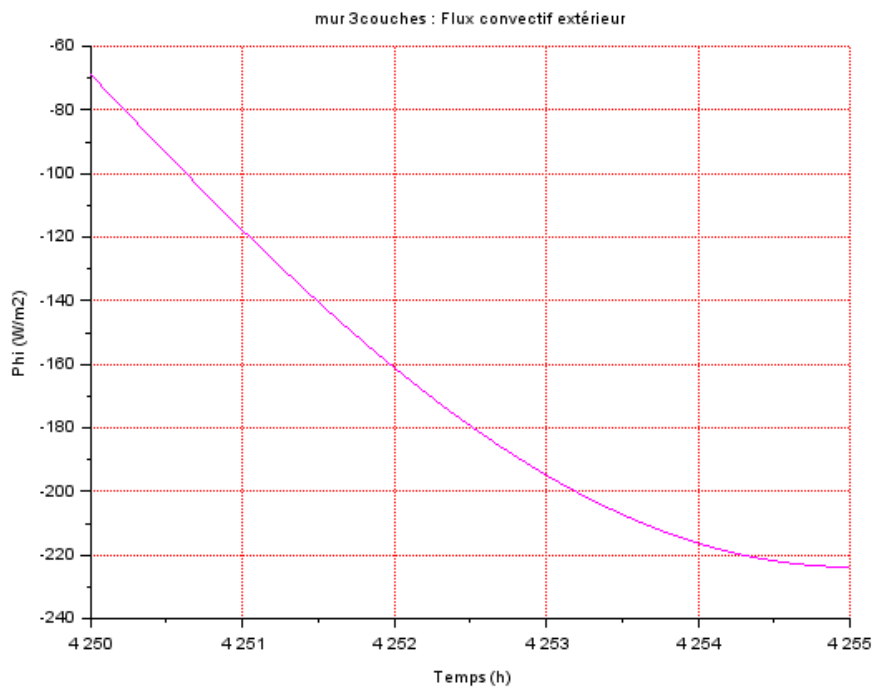
Soit, pour 1000W de puissance disponible, respectivement 342h et 394h de fonctionnement de la source P depuis le démarrage du calcul.

Pour terminer, une dernière portion du calcul : sorties tous les pas de temps, pendant 1800 pas (5h), entre les pas 1530000 (4250h) et 1531800 (4255h), soit 250h avant le cas précédent.

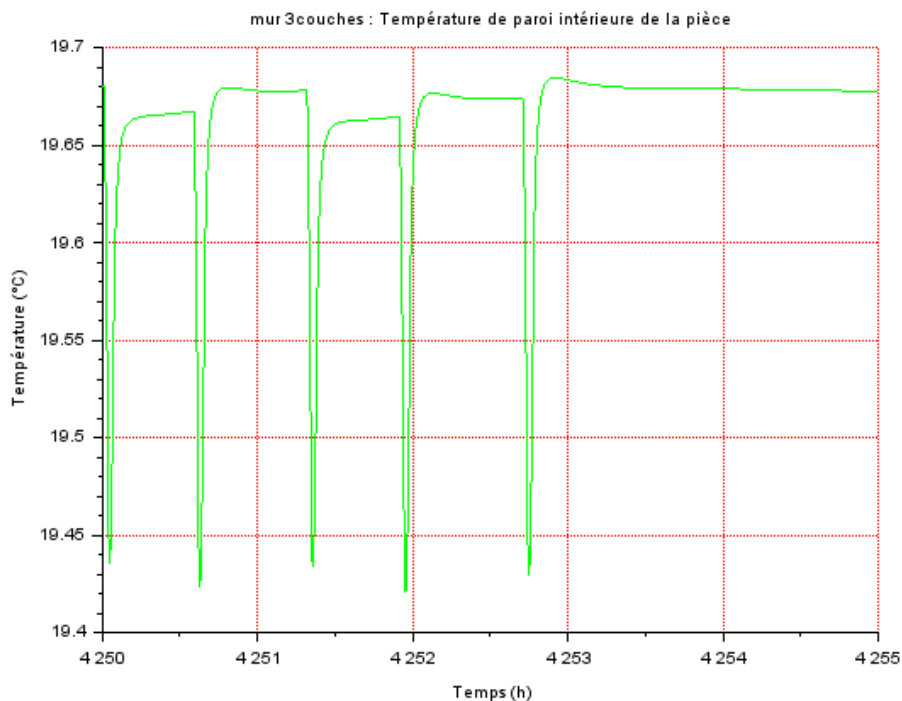
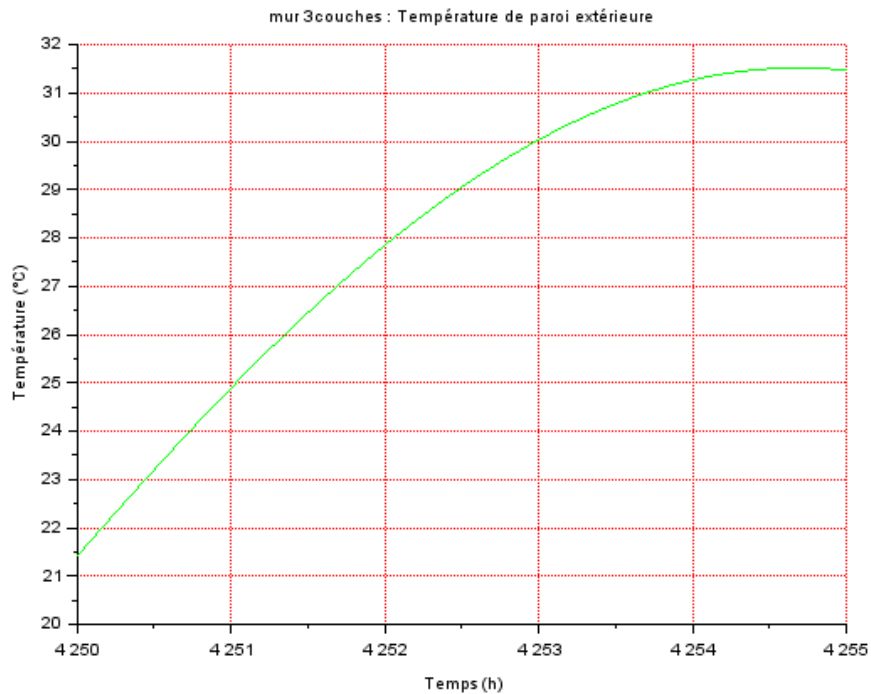


On note toujours la forte amplitude de variation de la température de paroi extérieure, mais les profils enregistrés ici sont encore différents de la portion de calcul précédent. En paroi intérieure, le gradient est quasiment nul.





Le léger déphasage temporel (entre 4254 et 4255h) entre T air (ci-dessus) et T_p extérieure (ci-dessous) est lié à la réponse du matériau (il faudrait examiner en détail les isochrones à cet intervalle de temps).



Plus intéressant ici la réponse de la régulation : exemple, peu après 4250h, la température de la pièce dépasse la consigne (20°C). Nous sommes dans l'option '**1^{ère} possibilité**', c'est-à-dire $T_{pièce} > T_{paroi}$.

Déclenchement du refroidissement 'naturel', **cas 2** (échange avec la paroi qui s'échauffe légèrement).

Vers 4250.5h $T_{pièce}$ redevient $< T_{paroi}$.

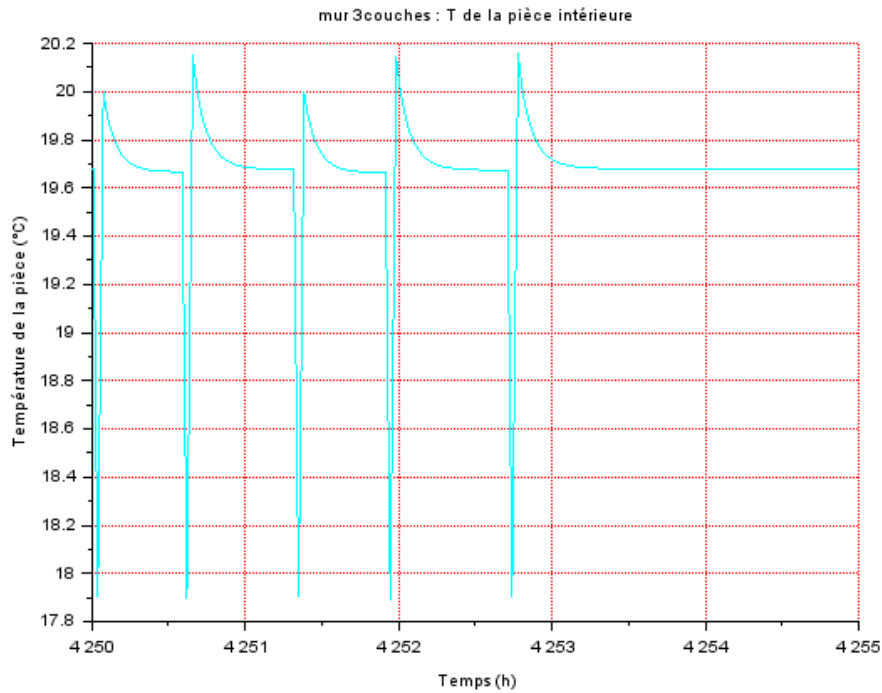
Nous nous retrouvons dans l'option '**2^{ième} possibilité**', avec $T_{consigne} - \Delta T < T_i < T_{consigne}$ (**cas 3**), avec la mémoire que nous venons du cas 2 (cas 2 \gg cas 3) : enclenchement de la source P, en mode refroidissement, assez brutal et rapide il faut le dire.

La température de la pièce repasse en dessous $T_{consigne} - \Delta T$.

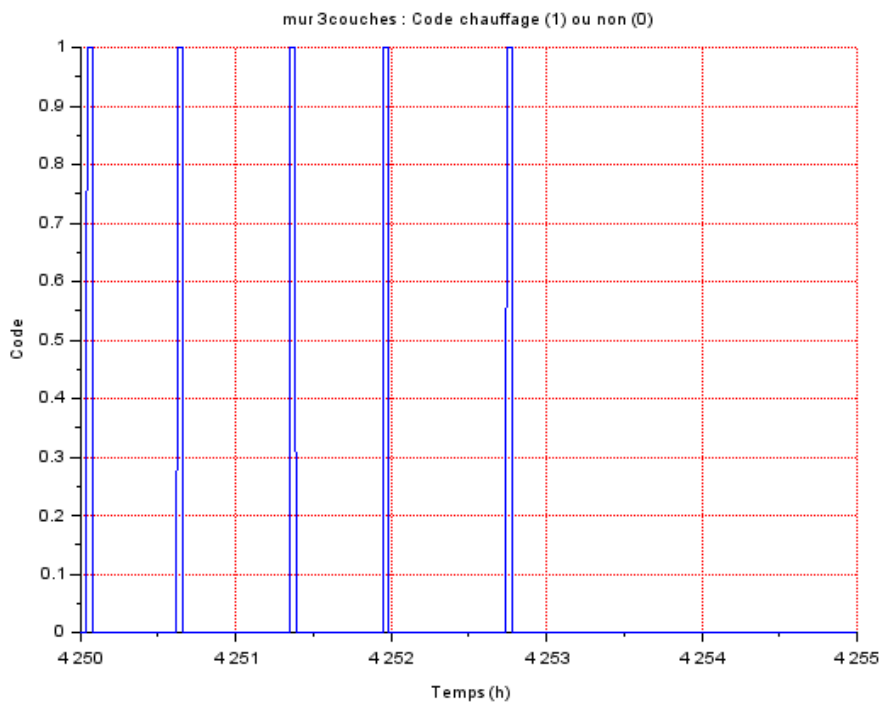
De nouveau mode chauffage avec la source P, **cas 1**, là aussi assez brutale et rapide (même cause, même effet).

Bis repetita

Et ça marche !



Confirmation ci-dessous du fonctionnement de l'asservissement entre T_{consigne} et $T_{\text{consigne}} - \Delta T...$



L'intégration de l'énergie pour la source P depuis $t=0$ donne :

Energie enlevée : 1226000000 J

Energie apportée : 1410000000 J

Un peu moins d'énergie échangée que pour l'intervalle de calcul précédent (cohérent avec le fait qu'ici cet intervalle se situe un peu avant dans le temps).

Pour 1000W de puissance disponible, respectivement #340h et #392h de fonctionnement de la source P depuis le démarrage du calcul.

EN RESUME

Ce petit modèle permet de simuler **une régulation de température** dans une pièce dont la **température est couplée avec l'extérieur à travers un mur multicouche**.

Les points faibles du modèle sont bien identifiés :

- La pièce n'échange que par une seule paroi, alors que le bilan énergétique du volume de la pièce est aussi dépendant des autres parois
- La source P réversible (chauffage/refroidissement) transmet instantanément (1 pas de temps) son énergie au volume de la pièce alors qu'une temporisation serait nécessaire.

Concernant l'évolution des températures au sein du matériau (isochrones), une **animation dynamique** affichant l'isochrone à intervalles de temps donnés permettrait de mieux se rendre compte de la réponse du matériau à la variabilité des Conditions Limites.

Encore merci aux concepteurs du logiciel **SCILAB** qui est d'une facilité d'utilisation désarmante tout en offrant une gamme de possibilités que je suis loin d'avoir toutes explorées !