—— SOMMAIRE ——

Page

Nomenclature 3

Introduction 4

I Récents développements de la méthode 5

I.1 Hypothèses,équations,méthodologie: 5

I.1.1. Hypothèses et équations régissant le phénomène..... 6

I.1.1.1. Equations générales du transfert 6

I.1.1.2. Cas idéal du contact parfait sans déperditions 7

I.1.1.3. Contact thermique imparfait entre la sonde et le milieu 8

I.1.1.4. Généralisation de l'équation du touchau 8

I.1.2. Méthodes d'identification de l'effusivité 10

I.1.2.1. Cas du touchau sans pertes 10

I.1.2.2. Méthode de superposition globale de VERNOTTE 10

I.1.2.3. Méthode de superposition locale de BALAGEAS 12

I.2. Développements technologiques 14

I.2.1. Matériel de mesure 14

I.2.1.1. Les sondes thermiques 15
- Sonde à anneau de garde actif
- Sonde à anneau de garde passif

I.2.1.2. Electronique de mesure et chaine d'acquisition 17
- Amplification de la température du touchau
- Chaine d'amplification et d'asservissement
- La chaine d'acquisition

I.2.2. Traitement de l'information 28

I.2.2.1. Le programme d'acquisition:organigramme 28

I.2.2.2. Le programme de dépouillement,organigramme..28
- Calcul des pertes latérales
- Réalisation pratique des superpositions locales et calcul de l'effusivité

I.2.2.3. Analyse des sources d'erreurs 32
- Précision intrinsèque de la méthode
- Sources d'erreurs expérimentales
- Sources d'erreurs dans le traitement du signal

I.2.2.4. Efficacité de la correction 46

Page

II Application de la méthode à la caractérisation des tissus vivants 48

II.1 Nature et schématisation de la peau 48

II.2 Interprétation de la loi d'effusivité apparente 51

II.2.1 Schéma de calcul monodimensionnel 51

II.2.2 Interprétation 54

II.2.3 Evaluation de l'influence du gradient interne 57
Schématisation simplifiée 57
Analyse dimensionnelle 59
Schématisation bidimensionnelle 61

II.3 Résultats expérimentaux 65

II.3.1 Caractérisation de tissus sains 65

II.3.2 Sensibilité de la mesure à divers traitement 66
Sensibilité à la pose d'un patch occlusif .....
Sensibilité à l'application d'une crème hydratante .
Sensibilité à l'application d'un baume .....

II.3.3 Essais de reproductibilité et de symétrie sur tissus sains 68

II.3.4 Etude de l'influence de l'état vaso-moteur 68

II.3.5 Etude de l'influence de couches isolantes 69

II.3.6 Caractérisation de la peau brûlée 70

II.3.7 Caractérisation des tissus lésés par rayonnements ionisants..... 70

II.3.8 Application à l'étude des brûlures provoquées sur le porcelet 71

II.3.8 Confrontation expérience-calcul 72

Conclusions 75

Bibliographie 76

ANNEXE 1 : établissement des formules du touchau 79

ANNEXE 2 : calcul de la loi d'évolution théorique du touchau
Liste du programme BASIC 82

ANNEXE 3 : listes des programmes d'acquisition de données et de calcul de l'effusivité 89

ANNEXE 4 : programme de simulation de l'application du touchau sur la peau 97

ANNEXE 5 : approximations des dérivées partielles dans un schéma à pas constant.Application au cas d'un maillage évolutif:calcul de l'erreur 101

ANNEXE 6 : programme de simulation en géométrie bidimensionnelle.Calcul des approximations des dérivées partielles 104

ANNEXE 7 : calcul d'erreurs de troncature dans les approximations des dérivées partielles 114

40-911-120

NOMENCLATURE

A, Aire de la surface S $[m^2]$
C, chaleur spécifique massique $[J.kg^{-1}.°C^{-1}]$
R, résistance thermique par unité de surface $[°C.m^2.W^{-1}]$
R^*, résistance thermique fictive associée à la température corrigée T^*, définie par la relation (17) $[°C.m^2.W^{-1}]$
S, surface délimitant la sonde $[m^2]$
T, température de la sonde dans une échelle de température dont le zéro est la température initiale du milieu semi-infini $[°C]$
T^*, température corrigée des pertes, définie par la relation (14) $[°C]$
V, volume de la sonde $[m^3]$
a, diffusivité thermique, $a = \lambda / \rho . C$ $[m^2.s^{-1}]$
b, effusivité thermique, $b = (\lambda . \rho . C)^{1/2}$ $[J.m^{-2}.s^{-1/2}.°C^{-1}]$
$\mathrm{exerfc}(u) = e^{u^2}.\mathrm{erfc}(u)$
h, coefficient d'échanges radiato-convectifs $[W.m^{-2}.°C^{-1}]$
λ, conductivité thermique $[W.m^{-1}.°C^{-1}]$
m, rapport sans dimension, $m = (b.\sqrt{t}/\gamma)$
p, paramètre de Laplace
t, temps, $[s]$
x, profondeur dans le milieu semi-infini $[m]$

Symboles grecs

δ, différence courante
Δ, $= 1+4\varphi_0 . \sigma . \gamma / b^2$
ψ, densité de flux conductif entrant dans le milieu semi-infini $[W.m^{-2}]$
ϕ, densité de flux courante $[W.m^{-2}]$
κ, groupement sans dimension
Θ, température dans le milieu semi-infini $[°C]$
φ, densité de flux énergétique à travers la surface S $[W.m^{-2}]$
γ, capacité calorifique par unité de surface de contact $[J.°C^{-1}.m^{-2}]$
ρ, masse spécifique $[kg.m^{-3}]$
σ, rapport de l'aire des surfaces arrière et latérale à la surface frontale de la sonde, $\sigma = A_\ell / A_f$
θ, température réduite de la sonde, $\theta = T(t)/T(0)$
μ, rapport sans dimension, $\mu = (R_f . b^2)/\gamma$

Indices

T, touchau
a, ambiant
f, frontal
l, latéral
0, ° initial

INTRODUCTION

L'effusivité thermique racine carrée du produit de la conductivité thermique par la chaleur spécifique volumique est le paramètre qui caractérise l'aptitude d'un milieu à échanger de la chaleur avec un autre milieu avec lequel il est mis en contact.

La méthode dite du " TOUCHAU " établie par l'ingénieur Général VERNOTTE permet de mesurer de façon simple l'effusivité d'un milieu étudié.Depuis 1973,cette méthode a été reprise,développée et améliorée à l'O.N.E.R.A., tant sur le plan théorique que sur le plan technologique.Compte tenu de tout l'intérêt que peut présenter l'étude d'un milieu vivant par une expérimentation simple et non-destructrice,la méthode a été appliquée à la caractérisation thermique 'in-vivo' de la peau.

La première partie de ce travail retrace,d'une part le developpement théorique de la méthode et ses évolutions,d'autre part décrit les améliorations technologiques apportées au matériel de mesure et au traitement de l'information.

La seconde partie est consacrée à l'application bio-médicale de la méthode qui est la mesure des caractéristiques thermiques de la peau vivante. Après avoir rappelé brièvement la nature et la complexité des transferts thermiques dans la peau,on décrit la modélisation numérique qui simule l'application de l'appareil sur celle-ci.Des résultats expérimentaux sont enfin présentés et comparés aux données de la simulation.Les perspectives d'application de la méthode sont envisagées.

******

I. Récents développements de la méthode

I.1 Hypothèses, équations, méthodologie:

L'effusivité est la propriété qu'un milieu a d'échanger de la chaleur avec un autre milieu avec lequel il est mis en contact. Cette propriété est caractérisée par un coefficient d'arrachement thermique ou effusivité $b = \sqrt{\lambda \rho C}$ (λ étant la conductivité thermique, ρ la masse volumique et C la chaleur spécifique massique).

C'est l'Ingénieur Général VERNOTTE [1],[2],[3] qui a imaginé, dès 1937, un appareil permettant de déterminer par simple contact, l'effusivité d'un milieu supposé homogène et isotrope (figure 1).

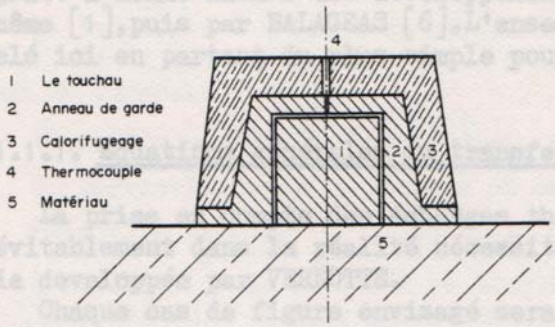

Figure 1:
Principe du Touchau

Le principe de cet appareil qu'il appela Touchau est très simple. Il est essentiellement constitué d'une masse métallique bonne conductrice de la chaleur munie d'un anneau de garde, d'un calorifugeage et d'un thermocouple. On porte cet appareil à une température différente de celle du milieu étudié, puis on le met brusquement en contact avec le milieu. La température du capteur évolue alors rapidement (figure 2).

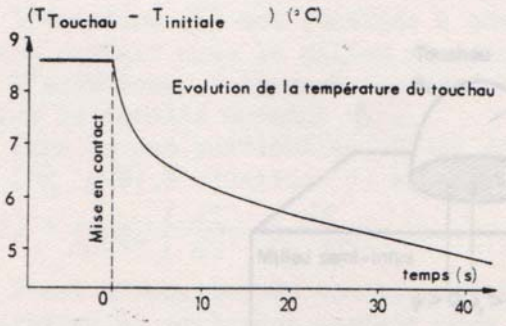

Figure 2:
Thermogramme type

La connaissance de la variation de température du Touchau, supposé isotherme, permet de remonter à l'effusivité du milieu étudié.

I.1.1. Hypothèses et équations régissant le phénomène:

Les hypothèses faites dans la théorie initialement présentée par VERNOTTE sont que la masse centrale de mesure est isotherme et qu'elle est parfaitement isolée de l'extérieur. Elle n'échange de la chaleur qu'avec le milieu étudié avec lequel elle est en contact parfait. Par ailleurs ses dimensions doivent être suffisament grandes pour qu'il n'y ait pas d'effet de bord. Dans ces conditions la théorie est relativement simple, notamment parce que l'on peut considérer les transferts de chaleur comme étant unidirectionnel.

Cependant certaines hypothèses sont difficiles à réaliser - contact et isolement parfaits -. La prise en compte des phénomènes dans leur intégrité a donné lieu à des développements théoriques, par VERNOTTE lui même [1], puis par BALAGEAS [6]. L'ensemble de ces théories va être rappelé ici en partant du plus simple pour aboutir au cas le plus général.

I.1.1.1. Equations générales du transfert:

La prise en compte des échanges thermiques parasites existant inévitablement dans la réalité nécessite une généralisation de la théorie developpée par VERNOTTE.

Chaque cas de figure envisagé sera exposé brièvement (cf [4]).

L'élément de mesure de la sonde est une masse métallique très bonne conductrice de la chaleur (cuivre par exemple) que l'on peut supposer toujours isotherme. Cette masse est de forme quelconque, mais possède une surface plane, S_f, laquelle peut être mise en contact avec un milieu semi-infini dont on veut déterminer l'effusivité (Figure 3). Soit A_f l'aire de cette surface frontale. L'ensemble des autres surfaces de la sonde, S_l, a pour aire A_l. Le rapport de ces deux aires, σ, constitue un paramètre contructif important de la sonde : $\sigma = A_l/A_f$. Soit par ailleurs ρ_T et C_T la masse spécifique et la chaleur spécifique massique du matériau constituant la sonde, et soit V_T le volume de cette sonde. Le second paramètre caractérisant la sonde est la capacité calorifique par unité de surface de contact avec le milieu semi-infini : $\gamma = \rho_T . C_T . V_T / A_f$. La sonde est entièrement caractérisée thermiquement par ce couple de paramètre, σ et γ.

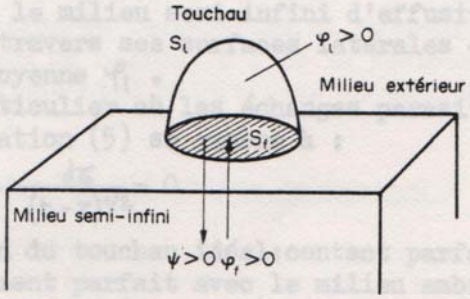

Figure 3 Schématisation du Touchau

Soit T_T latempérature de la sonde dans une échelle dont le zéro est la température initiale du milieu semi-infini, $\Theta(x,0) = \Theta_0$. Avant la mise en contact avec le milieu semi-infini, la sonde est dans

un état thermique stationnaire:

$$\rho_T \cdot C_T \cdot V_T \cdot \left(\frac{dT}{dt}T\right)_o = \varphi_f \cdot A_f + \varphi_l \cdot A_l = 0$$

où φ_l est la densité moyenne de flux énergétique à travers la surface arrière et latérale A_l

φ_f est la densité moyenne de flux énergétique à travers la surface frontale A_f.

Dans le cas particulier où la sonde est à la température du milieu ambiant,on a de plus :

$$T_T^o = T_a \quad \text{et} \quad \varphi_f = \varphi_l = 0$$

Après la mise en contact du touchau avec le milieu semi-infini,le bilan thermique s'écrit:

$$\rho_T \cdot C_T \cdot V_T \frac{dT_T}{dt} = \varphi_f \cdot A_f + \varphi_l \cdot A_l \qquad (1)$$

La température Θ dans un milieu semi-infini à la limite duquel est imposé un flux de densité $\Psi(t)$ s'obtient par application du théorème de Duhamel:

$$\Theta(x,t) = \frac{1}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\Psi(\tau)}{(t-\tau)^{1/2}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4a(t-\tau)}} \cdot d\tau \qquad (2)$$

En particulier,sur la surface où est imposé le flux:

$$\Theta(0,t) = \frac{1}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\Psi(\tau)}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau \qquad (3)$$

L'application de la sonde se traduit pour le milieu semi-infini par l'imposition d'un flux instationnaire de densité $\Psi(t) = -\varphi_f(t)$ vérifiant l'équation de conservation de l'énergie du touchau,(1),que l'on peut écrire:

$$\gamma \frac{dT_T}{dt} = \varphi_f + \sigma \varphi_l \qquad (4)$$

I.1.1.2. <u>Cas idéal du contact parfait sans déperditions</u>:

Dans le cas théorique où le contact entre le touchau et le milieu sous-jacent est thermiquement parfait,la loi d'évolution de la température du touchau dans le temps est extrêmement simple (formule établie pour la première fois par VERNOTTE [1],[3]):

$$T_T(t) = T(t) = \Theta(0,t)$$

et l'équation (3),compte-tenu de (4),s'écrit :

$$T(t) + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} - \frac{\sigma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\varphi_l(\tau)}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau = 0 \qquad (5)$$

L'équation (5) est vérifiée à chaque instant par la sonde,en contact parfait avec le milieu semi-infini d'effusivité b,et échangeant avec l'extérieur ,à travers ses surfaces latérales et arrières,S_l , un flux de densité moyenne φ_l .

Dans le cas particulier où les échanges parasites sont négligeables ($\varphi_l \neq 0$),l'équation (5) se ramène à :

$$T(t) + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int \frac{dT}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} = 0 \qquad (6)$$

C'est l'équation du touchau idéal:contact parfait avec le milieu semi-infini,et isolement parfait avec le milieu ambiant.La résolution de cette équation intégrale (Annexe 1) donne:

$$\frac{T(t)}{T(o)} = e^{\frac{b^2 t}{\gamma^2}} \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}\right)$$

avec $\operatorname{erfc}\left(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}\right) = 1 - \operatorname{erf}\left(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}\right) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}} e^{-u^2} \cdot du$

ce que nous écrirons à partir de maintenant dans un but de concision:

$$\frac{T(t)}{T(0)} = \text{exerfc}\left(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}\right) \qquad (7)$$

avec $\text{exerfc}(u) = e^{u^2} \cdot \text{erfc}(u)$

I.1.1.3. Contact thermique imparfait entre la sonde et le milieu:

Dans le cas plus général du contact thermique imparfait entre la sonde et le milieu semi-infini, il existe un saut de température à l'interface sonde-milieu, et l'on peut définir une résistance thermique par unité de surface de contact, R_f, telle que :

$$R_f \cdot \Psi = T(t) - \Theta(0,t) \qquad (8)$$

L'équation (3), compte-tenu de (8), s'écrit :

$$T + R_f \cdot \varphi_f + \frac{1}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\varphi_f(\tau)}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau = 0 \qquad (9)$$

ce qui, compte-tenu de (4), conduit à la relation suivante :

$$T + \gamma . R_f \frac{dT}{dt} - \sigma . R_f . \varphi_1 + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT}{d\tau} \times \frac{1}{(t-\tau)^{1/2}} . d\tau$$
$$- \frac{\sigma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{\varphi_1}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau = 0 \qquad (10)$$

L'équation (10) est l'équation caractéristique du touchau, dans le cas le plus général, c'est à dire en contact imparfait avec le milieu semi-infini à caractériser, et échangeant de l'énergie avec le milieu extérieur ambiant. Dans le cas particulier où ces échanges parasites sont négligeables ($\varphi_1 \neq 0$), l'équation (10) se ramène à l'équation suivante :

$$T + \gamma . R_f \frac{dT}{dt} + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT}{d\tau} \frac{1}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau = 0 \qquad (11)$$

Cette équation a été établie et résolue au moyen de la transformation de Laplace par MARTINET [5]. La solution (cf Annexe 1) a pour expression :

$$\theta(t) = \frac{1}{\alpha - \beta} \left[\alpha . \text{exerfc}(\beta . t^{1/2}) - \beta . \text{exerfc}(\alpha\, t^{1/2})\right] \qquad (12)$$

avec:

$$\alpha = \frac{1}{2b R_f} \left[1 + \left(1 - \frac{4 b^2 R_f}{\gamma}\right)^{1/2}\right]$$

et

$$\beta = \frac{1}{2b R_f} \left[1 - \left(1 - \frac{4 b^2 R_f}{\gamma}\right)^{1/2}\right] \qquad (13)$$

La loi de variation de température du touchau ne dépend que de l'effusivité thermique du milieu, b , de la résistance thermique de contact R_f, et de la capacité calorifique du touchau par unité de surface de contact, γ .

I.1.1.4. Généralisation de l'équation du touchau :

Dans le cas général évoqué ci-dessus correspondant à l'équation (10), on va effectuer le changement de variable suivant :

$$T^* = T - \frac{\sigma}{\gamma} \int_0^t \varphi_1(\tau)\, d\tau \qquad (14)$$

T^* peut être définie comme la température corrigée des effets dûs aux pertes thermiques. Elle vérifie la relation suivante :

$$\Psi(t) = -\gamma . \frac{dT^*}{dt} \qquad (15)$$

Les deux relations (14) et (15) sont équivalentes, compte-tenu de (4).

Les échanges thermiques entre la sonde et le milieu semi-infini, et le saut de température à l'interface, de T^* à $\Theta(0,t)$, définissent une résistance thermique par unité de surface, fictive, R_f^*, telle que :

$$\Psi(t) \cdot R_f^* = T^*(t) - \Theta(0,t) \qquad (16)$$

A partir de (8) et de (16), on peut écrire la relation entre la résistance fictive et la résistance réelle :

$$\Psi(t) \cdot [\, R_f^* - R_f \,] = T^* - T$$

soit, compte-tenu de (14) :

$$R_f^* = R_f - \frac{1}{\Psi} \frac{\sigma}{\gamma} \int_0^t \varphi_1(\tau) \cdot d\tau \qquad (17)$$

ou

$$R_f^* = R_f - \frac{1}{\left(\sigma \cdot \varphi_1(t) - \gamma \frac{dT}{dt}\right)} \cdot \frac{\sigma}{\gamma} \int_0^t \varphi_1(\tau) \cdot d\tau \qquad (18)$$

Exprimons dans l'équation (10) la variable T en fonction de la nouvelle variable T^*. Il vient, avec (15) :

$$T^* + \frac{\sigma}{\gamma} \cdot \int_0^t \varphi_1(\tau) \cdot d\tau - \Psi \cdot R_f + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT^*}{d\tau} \cdot \frac{1}{(t-\tau)^{1/2}} d\tau = 0 \qquad (19)$$

Soit encore, compte-tenu de (15) et de (16) :

$$T^* + \gamma \cdot R_f^* \cdot \frac{dT^*}{dt} + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT^*}{d\tau} \cdot \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} = 0 \qquad (20)$$

Dans le cas de la sonde avec pertes parasites, on voit que la température corrigée T^*, et la résistance thermique fictive R_f^*, définies respectivement en (14) et en (18) vérifient l'équation (20) qui est identique à l'équation du touchau sans pertes parasites (11) : sa résolution en est semblable et conduit à la solution :

$$\frac{T^*}{T_0} = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} F(\beta\sqrt{t}) - \frac{\beta}{\alpha - \beta} F(\alpha\sqrt{t}) \qquad (21)$$

avec

$$F(u) = e^u \cdot \operatorname{erfc}(u)$$

$$\begin{matrix}\alpha \\ \beta\end{matrix} = \frac{1}{2b R_f^*} \cdot \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4 R_f^* b^2}{\gamma}}\right) \qquad (22)$$

Dans le cas ou R_f est nulle, l'équation (17), compte-tenu de la relation (15), peut s'écrire :

$$R_f^* = \frac{\sigma}{\gamma^2} \cdot \left[\frac{dT^*}{dt}\right]^{-1} \cdot \int_0^t \varphi_1(\tau)\, d\tau \qquad (23)$$

d'où l'expression de (20) :

$$T^* + \frac{\sigma}{\gamma} \int_0^t \varphi_1(\tau) \cdot d\tau + \frac{\gamma}{b\pi^{1/2}} \int_0^t \frac{dT^*}{d\tau} \frac{d\tau}{(t-\tau)^{1/2}} = 0 \qquad (24)$$

La température T^* a été dénommée température corrigée des pertes: elle est différente de la température que prendrait la sonde s'il n'y avait pas de pertes. Ce n'est pas à proprement parler la température du touchau qui a été corrigée des pertes, mais sa dérivée. En effet, la relation (15) exprime seulement le fait que la variation d'enthalpie de la sonde correspondant à la variation de la température corrigée,

T^*, est égale à l'énergie échangée par le touchau avec le milieu semi-infini.

La loi de température $T^*(t)$ n'a donc ni sens physique, ni intérêt en soi. Il en est de même de la résistance thermique fictive qui lui est associée, R_f^*. Cependant, comme il va être montré à la suite, leur utilisation permet d'appliquer au touchau avec pertes une méthode d'interprétation du thermogramme qui avait été initialement mise au point pour le touchau sans pertes et qui conduit aux valeurs de l'effusivité thermique du milieu, b, et de la résistance thermique de contact entre le touchau et le milieu R_f.

Les relations (7), (12) et (21) expriment toutes, dans des conditions allant du cas idéal au cas le plus réaliste, la loi d'évolution de la température du Touchau. Le problème qui se pose maintenant est d'identifier l'effusivité du matériau connaissant la loi expérimentale $\theta(t)$. Ceci n'est pas immédiat. Le principe du dépouillement de l'expérience du touchau sans pertes a été proposé pour la première fois par VERNOTTE. Cette méthode a ensuite été améliorée et étendue pour diverses configurations expérimentales. Le chapitre suivant se propose de revenir sur ces méthodes.

I.1.2. Méthodes d'identification de l'effusivité :

I.1.2.1. Cas du touchau sans pertes:

La loi d'évolution de la température du touchau est définie par la relation (7):

$$\frac{T(t)}{T(o)} = \text{exerfc}\left(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t}\right)$$

La solution est immédiate:

$$b = \frac{\gamma}{\sqrt{t}}\ \text{exerfc}^{-1}[Yex(t)] \quad , \forall\ t \qquad (25)$$

avec Yex(t) courbe expérimentale.

Cette séduisante simplicité s'évanouit malheureusement dans la pratique car il y a toujours une résistance de contact.

I.1.2.2. Méthode de superposition globale de VERNOTTE :

Dans le cas de la sonde en contact imparfait dont l'évolution de température est définie par la relation (12), la méthode de dépouillement developpée par VERNOTTE est la plus connue et la plus simple.

La température de paroi du matériau est prise sous la forme d'un développement en série procédant suivant les puissances de t, ce que suggère la formule donnant la quantité de chaleur perdue au bout d'un temps t par une source à température constante mise en contact avec un milieu initialement à une température différente :

$$\frac{T(t)}{T(o)} = A.\sqrt{t} - B.t + C.t.\sqrt{t} - D.t^2 + \ldots\ldots\ldots \qquad (26)$$

Nous n'indiquerons ici que les résultats des calculs de VERNOTTE, ceux-ci étant longs et laborieux [1]. On pose pour simplifier l'écriture :

$$m = \frac{b.\sqrt{t}}{\gamma} \quad \text{et} \quad \mu = \frac{R_f b^2}{\gamma} \qquad (27)$$

Si m est suffisamment grand devant μ ,c'est-à-dire si le contact est suffisamment bon ou si le temps de l'expérience est suffisamment grand ($\sqrt{t} \gg R_c b$), la relation (26) s'exprime en fonction de ces deux groupements.

L'expression de la température du touchau,tout calcul fait,s'écrit:

$$Y(t) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} m + m^2 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} m^3 + \dots + \mu\left(1 - \frac{4m}{\sqrt{\pi}} + 3m^2 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\mu}{m} \dots\right) \quad (28)$$

$$Y = e^{m^2} \cdot \left[1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^m e^{-u^2} du\right] + \mu\left[1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} m + 3m^2 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\mu}{m} + \dots\right] \quad (29)$$

$$Y = \text{exerfc}(m) + \mu\left[1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} m + 3m^2 - \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\mu}{m} + \dots\right] \quad (30)$$

Le premier terme du second membre est l'expression de la température du touchau dans le cas du contact parfait.Nous poserons:

$$\left[\frac{T(t)}{T(o)}\right]_{\text{contact parfait}} = \text{exerfc}(m) = y$$

En supposant m suffisamment petit pour que l'on puisse écrire:

$$y^2 = \left[1 - \frac{2m}{\sqrt{\pi}} + m^2 - \frac{4}{3\sqrt{\pi}} m^3 + \dots\right]^2$$

$$= 1 - \frac{4m}{\sqrt{\pi}} + \left(2 + \frac{4}{\pi}\right) m^2 - \frac{20}{3\sqrt{\pi}} m^3 + \dots$$

$$\# 1 - \frac{4}{\sqrt{\pi}} m + 3m^2$$

et en négligeant d'autre part le terme $-\frac{\mu^2}{\sqrt{\pi}\, m}$ l'équation (30) s'écrit:

$$Y = y + \mu \cdot y^2$$

et $y = \dfrac{Y}{(1 + \mu y)}$

soit encore,puisque μ est petit:

$$y = Y(1 - \mu y)$$

et en divisant par le produit $Y \cdot y$:

$$\frac{1}{Y} = \frac{1}{y} - \mu \quad \text{ou} \quad \mu = \frac{R_c b^2}{\gamma} = \frac{1}{y} - \frac{1}{Y} \quad (31)$$

Les hypothèses sur m et μ étant respectées,il existe une correspondance biunivoque entre la courbe expérimentale:

$$x = \log \sqrt{t}$$
$$\frac{1}{Y} = \frac{T(o)}{T(t)} \quad (32)$$

et la courbe théorique:

$$\hat{x} = \log m$$
$$\hat{y} = \frac{1}{y} = \frac{1}{\text{exerfc}(m)} \quad (33)$$

telle que d'après (31) :

$$\hat{x} = x + \log \frac{b}{\gamma}$$
$$\hat{y} = \frac{1}{y} = \frac{1}{Y} + \frac{R_c b^2}{\gamma} \quad (34)$$

Courbes théorique et expérimentale sont superposables dans une translation de vecteur ($\log \frac{b}{\gamma}$, $\frac{R_f b^2}{\gamma}$),permettant de déduire les quantités b et R_f.

Il s'agit là de l'aspect graphique de la méthode.La formulation analytique de l'effusivité se déduit des relations (12),(13) et (31):

$$Y = \frac{\alpha}{\alpha-\beta}\,\mathrm{exerfc}(\beta\sqrt{t}) - \frac{\beta}{\alpha-\beta}\,\mathrm{exerfc}(\alpha\sqrt{t})$$

avec: $$\begin{matrix}\alpha\\ \beta\end{matrix} = \frac{1}{2bR_f}\left[1 \pm \sqrt{1-\frac{4b^2R_f}{\gamma}}\right]$$

et $$R_f = \frac{\gamma}{b^2}\left[\frac{1}{\mathrm{exerfc}(\frac{b}{\gamma}\sqrt{t})} - \frac{1}{Y}\right]$$

La solution est une fonction implicite en b, $\mathcal{F}(Y,b) = 0$.

Il est important de noter que cette méthode de superposition globale n'est applicable que si l'effusivité du milieu est la même en tout point - milieu homogène - et la résistance thermique R_f constante pendant toute la durée de l'application de la sonde sur le milieu.En particulier elle ne peut s'appliquer à la loi de température corrigée $T^*(t)$ définie par (21),puisque d'après la relation (7),la résistance fictive R_f^* varie constamment.

I.1.2.3. Méthode de superposition locale de BALAGEAS :

La méthode graphique de VERNOTTE précédemment décrite s'adapte mal à un traitement numérique.De plus la translation globale de l'ensemble de la courbe expérimentale sur la courbe théorique peut en pratique poser des problèmes ,les deux courbes n'étant jamais superposables en toute rigueur sur leur totalité:cela peut être dû soit à la méthode elle-même,soit aux conditions expérimentales réalisées,soit enfin au matériau éprouvé.On doit réaliser une coincidence approchée qui fait alors intervenir un certain arbitraire de la part de l'opérateur.Si la coincidence est franchement mauvaise,le résultat est incertain,et,ce qui est plus grave,la cause de cette incertitude n'est pas déterminée.Le thermogramme expérimental est suffisamment riche d'informations pour que potentiellement on puisse déterminer la cause des divergences entre la théorie et l'expérience.Il se trouve donc que,ne pouvant accéder à ces informations par la méthode globale,le besoin de méthodes plus fines se fasse sentir.

BALAGEAS et JAMET [6] ont développé et proposé une méthode de superposition locale .Le principe de cette méthode n'est plus d'amener en coincidence la totalité des deux courbes,mais de réaliser pour chaque point de la courbe expérimentale une translation qui entraine une coincidence locale parfaite définissant une paire de valeurs locales b et R_f. A tout point de la courbe expérimentale correspond une valeur du temps.Si donc on effectue une suite de superpositions locales pour divers points de la courbe expérimentale, on définit des lois d'effusivité apparente b(t) et de résistance thermique de contact apparente $R_f(t)$.

La superposition parfaite de deux fonctions f et g de la même variable t s'écrit : $f(t) \equiv g(t)$, $\forall$ t.La formule de Mac Laurin pour ces deux fonctions au point t appartenant au voisinage de a donne:

$$f(t) = f(a) + (t-a).f'(a) + \frac{(t-a)^2}{2!}.f''(a) + \ldots + \frac{(t-a)^{n+1}}{(n+1)!}.f^{(n+1)}(a)$$

$$g(t) = g(a) + (t-a).g'(a) + \frac{(t-a)}{2!}.g''(a) + \ldots + \frac{(t-a)^{n+1}}{(n+1)!}.g^{(n+1)}(a)$$

donc $f(t) \equiv g(t)$, $\forall t \Longleftrightarrow f^{(i)}(a) = g^{(i)}(a)$, pour tout i

En première approximation, on dira ici que f(t) et g(t) sont superposables en a si : $f(a) = g(a)$
$f'(a) = g'(a)$

Dans la pratique on pourra donc dire qu'il y a superposition locale possible des deux courbes au voisinage de deux points M et N leur appartenant, si les vecteurs tangents à ces courbes en ces points sont equipollents. Soient les courbes :

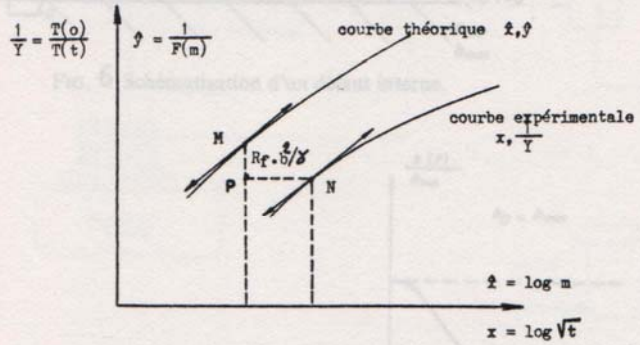

Figure 4
Méthode de superposition locale: courbes originales

Et leurs courbes dérivées associées:

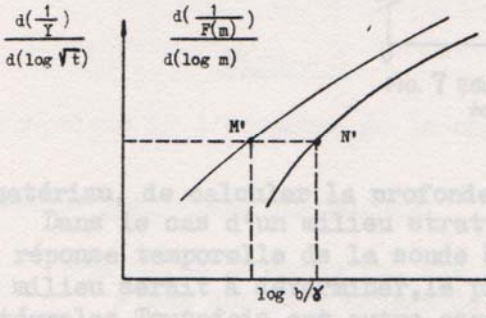

Figure 5
Méthode de superposition locale: courbes dérivées

La coincidence de M et N définit une translation parallèle aux abscisses d'amplitude égale à $\log(b/\gamma)$. Une seconde translation parallèle aux ordonnées dans le repère des courbes originales amenant le point P en coincidence avec M définit le rapport $R_f . b/\gamma$. L'opération répétée n fois sur une suite de n temps détermine les valeurs de l'effusivité apparente en fonction du temps (et les résistances thermiques associées). Si l'expérience est parfaite et le matériau homogéne, les deux lois se ramènent à b=cste, R_f=cste, les deux courbes théoriques et expérimentales étant dans ce cas parfaitement superposables. Ceci a été en particulier vérifié par BRANSIER [7].

Cette méthode, applicable à la loi de température T(t) d'une sonde sans pertes, s'applique également à la loi de température corrigée $T^*(t)$ d'une sonde avec pertes, puisque T(t) et $T^*(t)$ vérifient la même équation (12) ou (21).

Plus généralement, la loi b(t) définit la valeur apparente instantanée de l'effusivité: l'analyse du thermogramme à l'aide de cette méthode permet de caractériser un milieu ne répondant pas à l'hypothèse d'homogénéité: l'utilisation de la superposition locale va faire apparaitre des variations temporelles de l'effusivité apparente instantanée ainsi calculée correspondant à des variations spatiales de l'effusivité du milieu éprouvé. Ainsi dans le cas d'un milieu stratifié possédant, à une profondeur x, une couche de propriétés différentes, la loi d'effusivité apparente obtenue [8] a un extremum (maximum si l'effusivité de la couche perturbatrice est supérieure à celle du milieu, minimum dans le cas contraire) qui se produit pour une valeur du temps t^* telle que l'on ait (cf Figures 6 et 7) :

$x = \sqrt{a.t^*}$, a étant la diffusivité thermique du milieu

Il s'agit d'un résultat obtenu à partir de nombreuses simulations numériques mais non démontré de façon rigoureuse.

La détermination du temps pour lequel se produit le maximum de perturbation permet donc, si l'on connait par ailleurs la diffusivité du

$a_D \neq a_{\text{matériau}}$; $b_D \neq b_{\text{matériau}}$.

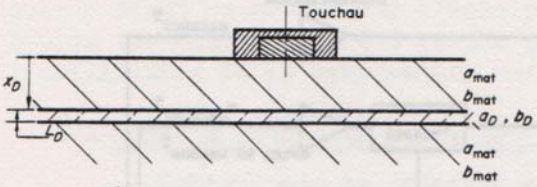

FIG. 6 Schématisation d'un défaut interne.

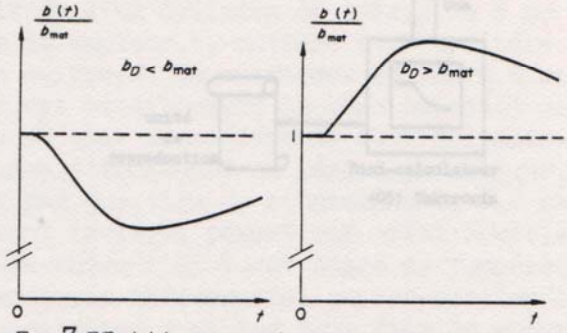

FIG. 7 Effusivité apparente instantannée dans le cas d'un échantillon présentant un défaut interne.

matériau, de calculer la profondeur à laquelle se trouve le défaut.

Dans le cas d'un milieu stratifié plus complexe,la relation liant la réponse temporelle de la sonde à la répartition spatiale des propriétés du milieu serait à déterminer,le phénomène étant régis par des relations intégrales.Toutefois cet autre aspect de la méthode - véritable sondage thermique en profondeur - ,outre le fait qu'il permet un traitement numérique automatisé,étend les possibilités et l'intérêt du Touchau dans de multiples domaines et, parmi ceux-ci,la médecine.

I.2. Développements technologiques :

Compte-tenu des utilisations envisagées,il s'agissait du point de vue technique de réaliser un ensemble comprenant une sonde,une électronique et une chaine de mesure assez souple d'emploi,techniquement fiable et facilement transportable.De plus,la partie dépouillement devait être automatisée au maximum dans un souci d'efficacité et de rapidité pour les utilisateurs non spécialisés.Ces différentes exigences ont dicté la réalisation technique,ses évolutions et son aboutissement.

I.2.1. Matériel de mesure :

L'expérimentation -application du Touchau sur le milieu sondé - est très simple: les difficultés se trouvent dans la mesure, l'acquisition et le traitement du signal, en l'occurence l'évolution de la température du touchau.

L'appareillage mis au point, dont le synoptique est présenté sur la figure 8, se compose:

+ de la sonde thermique (Touchau)
+ d'une électronique de mesure
+ d'un voltmètre numérique digital
+ d'une interface de mise en forme des signaux
+ d'un mini-calculateur

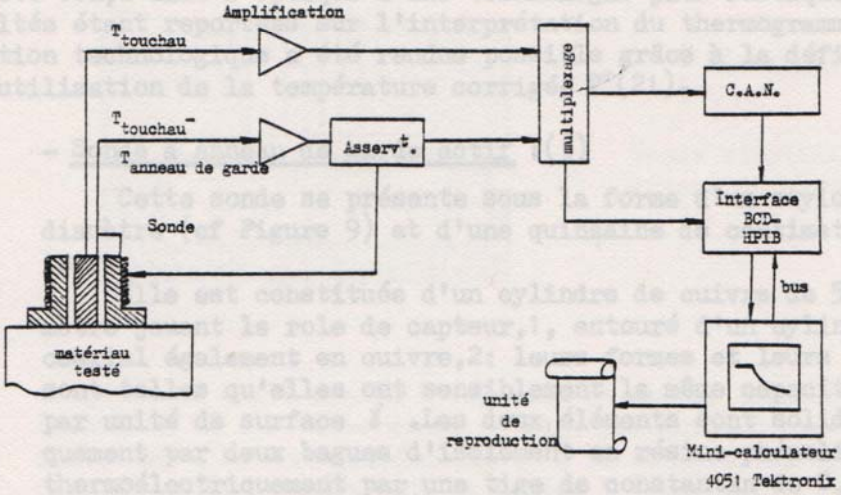

Figure 8

Synoptique de l'ensemble de la chaine de mesure

I.2.1.1 Les sondes thermiques:

Deux types de sonde ont été développées à l'ONERA:
- des sondes à anneau de garde actif
- des sondes à anneau de garde passif

Le premier type de sonde, initialement développé pour le controle thermique non destructif des protections ablatives de corps de rentrée, a donné lieu par la suite à la réalisation de sonde du type stylo adaptée à la mesure en milieu médical (Figure 9).

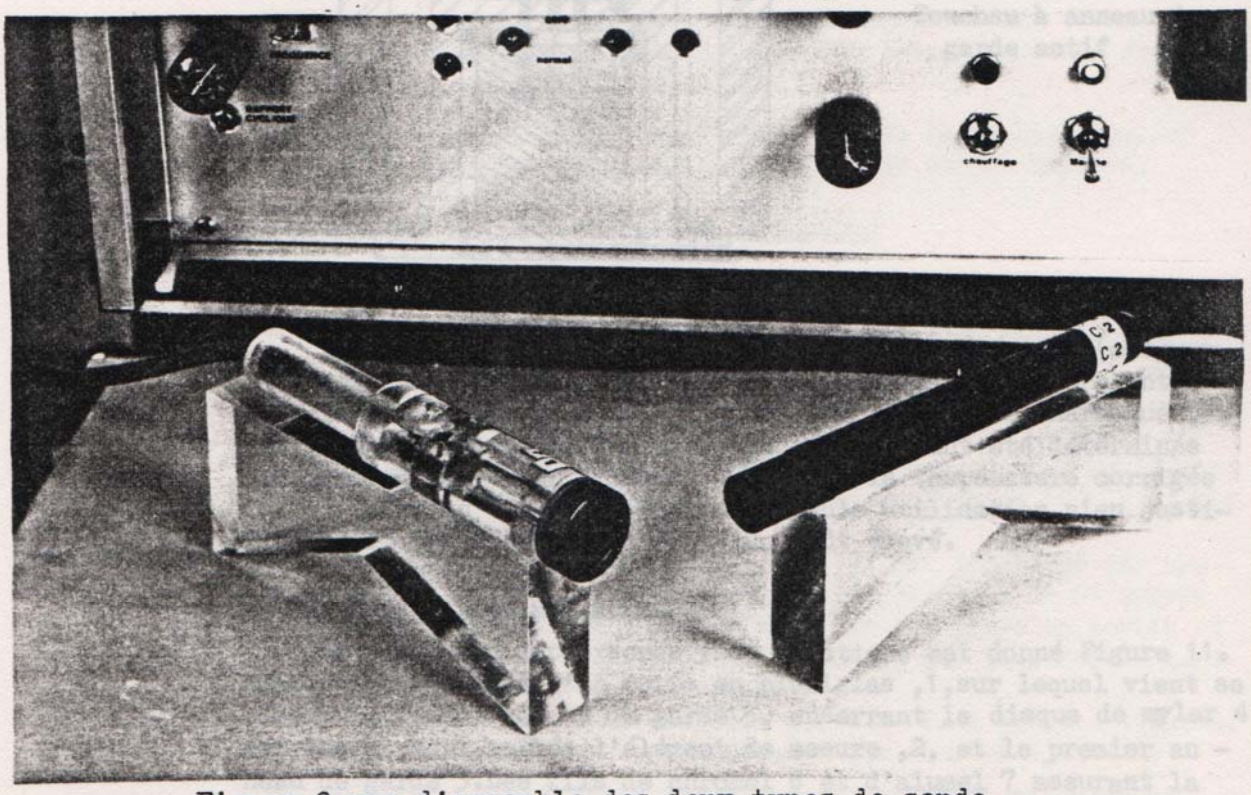

Figure 9:vue d'ensemble des deux types de sonde

Le second type,également orienté en vue d'une application médicale a été conçu dans l'optique d'une technologie plus rustique,les difficultés étant reportées sur l'interprétation du thermogramme.Cette évolution technologique a été rendue possible grâce à la définition et l'utilisation de la température corrigée $T^*(21)$.

- Sonde à anneau de garde actif :(§)

Cette sonde se présente sous la forme d'un stylo de 14 mm de diamètre (cf Figure 9) et d'une quinzaine de centimètres de hauteur.

Elle est constituée d'un cylindre de cuivre de 5 mm de diamètre jouant le role de capteur,1, entouré d'un cylindre de garde coaxial également en cuivre,2: leurs formes et leurs dimensions sont telles qu'elles ont sensiblement la même capacité calorifique par unité de surface γ .Les deux éléments sont solidaires mécaniquement par deux bagues d'isolement en résine phénolique,3, et thermoélectriquement par une tige de constantan de 0,2 mm de diamètre,4 .Un fil résistant isolé,5, permet,par effet Joule,d'annuler l'écart de température entre 1 et 2,cet écart de température étant détecté par le thermocouple différentiel cuivre-constantan constitué par la tige de constantan 4 et les deux fils de cuivre 6 soudés sur 1 et 2 ; il permet également le préchauffage de la sonde. Un couple de chromel et d'alumel ,7,de 0,04 mm de diamètre permet de mesurer la température moyenne du capteur ,1.Cet ensemble (cf Figure 10) est logé à l'extrémité du stylo.

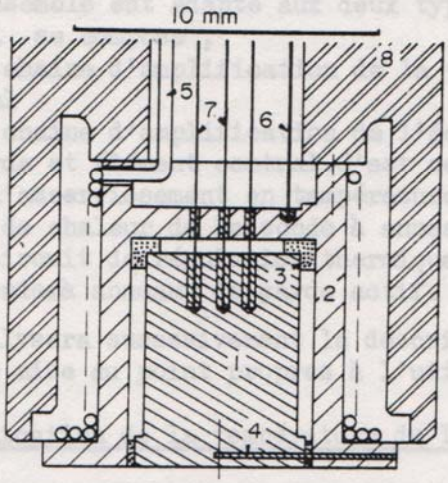

Figure 10
Touchau à anneau de garde actif

La sonde peut être aussi utilisée en garde passive (coupure de l'asservissement): la mesure de l'écart de température entre 1 et 2 permet alors de calculer φ_1 (t) (la résistance thermique par unité de surface entre les deux pièces,R_f ,ayant été déterminée expérimentalement par ailleurs) et donc la température corrigée $T^*(t)$ (relation 21).Toutefois cette seule utilisation n'en justifie pas la réalisation qui est d'un coût élevé.

- Sonde à anneau de garde passif :

Le schéma de cette sonde plus rustique est donné Figure 11. Elle est constituée d'un corps en plexiglas ,1,sur lequel vient se visser le second anneau de garde 5, enserrant le disque de mylar 4 sur lequel sont collés l'élément de mesure ,2, et le premier anneau de garde 3.Les fils de chromel 6 et d'alumel 7 assurant la mesure de la température de l'élément central et de l'écart de

(§ configuration et principe brevetés sous le N° 70-45734)

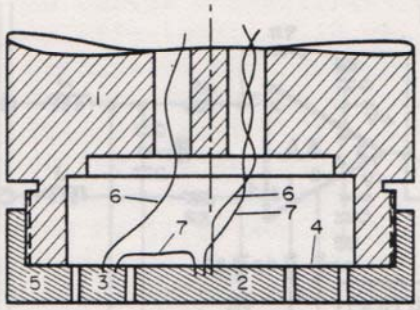

Figure 11

Sonde simplifiée à double anneau de garde passif

température entre anneau et élément de mesure permettent ainsi le calcul de $T^*(t)$. Cette sonde n'étant pas munie d'un élément chauffant, est , avant l'expérience , à la température ambiante.De ce fait il est nécessaire que le milieu à caractériser soit lui à une température différente de l'ambiante. C'est le cas des milieux vivants pour lesquels cette sonde a été essentiellement conçue.

Nous verrons que ces deux types de sonde,dans des modes opératoires différents,donnent des résultats quasiment identiques , confirmant ainsi l'efficacité de la méthode utilisant le thermogramme en T^* .

I.2.1.2 Electronique de mesure et chaine d'acquisition:

Cet ensemble est adapté aux deux types de sonde précédemment décrits. Il se compose ,

- d'une chaine d'amplification de la température de l'élément central
- d'une chaine d'amplification de l'écart de température entre anneau de garde et élément central.C'est ce même signal qui est utilisé pour l'asservissement en température et pour compenser les déperditions de chaleur de la sonde à anneau de garde actif.
- d'un circuit de régulation thermique pour le préchauffage éventuel des sondesà anneaux de garde actif.

On analysera sucessivement la description et la réalisation.Les réglages de mise au point propres à l'utilisateur seront exposés.

- Amplification de la température du Touchau

+Principe

L'effusivité thermique est,comme il a été vu précédemment,déduite à partir du thermogramme de l'élément central de la sonde. La température de cette pièce est mesurée par un thermocouple chromel-alumel dont la soudure froide est maintenue à zéro °C.

Les tensions délivrées par la sonde de mesure sont de l'ordre de 40 µV/°C.La chaine de mesure a un gain nominal de 1000,soit une tension de sortie de 40 mV/°C.

L'amplificateur de mesure (Figure 12) est constitué par une chaine comprenant deux amplificateurs opérationnels OP 07 suivis d'un filtre passe-bas.La mesure à analyser est prise en sortie de ce filtre.Le choix des OP 07 a été déterminé par leur faible dérive d'offset en tension et en courant.

L'amplificateur de tête A3 est monté en faux différentiel.Les sorties de la sonde de mesure attaquent les entrées + et - de l'amplificateur aux travers de deux résistances R4 et R5 et de